ARITMETICA PRATICA,

COMPOSTA

DAL P.F. STEFANO DI S. GREGORIO di Napoli de' RR. PP. Scalzi Agostiniani della Congregatione d'Italia.

In Ferrara, per Francesco Suzzi Stamp. Camerale.
Con licenza de' Superiori. 1642.
Et si vendono in VENEZIA dalli Turrini.

30

Al Molto Illuſtre Sig. il Sig.

GIO. BATTISTA BERLINGHIERI.

RA' l'aſſidue vigilie, e continue fatiche delle mie compoſitioni morali, nelle quali per beneficio dell' anime ſpiegauo le difficoltà, che ſogliono tal' hora auiluppare le conſcienze di meno pratici Mercanti nelle diuerſità de contratti, m' vſcì (non sò come) dalle mani vn' operetta pratica d'Aritmetica, e mentre ſtauo dubbioſo ſe la celauo per parerere à prima viſta coſa aliena dalla mia profeſſione, ò pure ſe la publicauo per vtilità, e ſolleuamento delle perſone

occupate in diuersi negotij; Si frapposero alla fine le preghiere di molti quali ponendomi auanti li occhi il beneficio, che poteua apportare, mi fecero vn'amorosa violenza, acciò lasciassi, che questo libretto accompagnasse come ombra il suo corpo, & in quella guisa à punto, che suole l'ombra, che fà il stile dell' horologio Solare, star sempre congionta con il corpo dal quale procede, & à questo modo dimostrare non solo il numero dell' hore, mà anco l'altre minutissime parti del tempo, così mi contentassi, che questa ombra vscita dal corpo delle materie diffuse de contratti, dimostrasse minutissimamente non solo li numeri rileuanti, mà anco le minutie diuerse, che sogliono ben spesso mettere il ceruello a partito nelli negotij più importanti; Mà perche m'accorgeuo, che si come à quella è necessaria la luce del Sole, acciò faccia palese le di-

stin-

ſtintioni del giorno, così à queſta era necesſaria qualche luce, acciò dimoſtraſſe più chiaramente la diuerſità de numeri; m'è parſo bene porla ſotto la luce è li ſplendori di V.S. quale ſi come nell'altre profesſioni è rilucente, così in queſta non laſcia di far moſtra de ſuoi raggi; non ſdegni per tanto la picciolezza del dono, che è à punto come ombra; mà accetti l'effetto della moſtra di così numeroſe diſtinctioni d'Aritmetica tanto neceſſarie, e non ſdegni l'affetto, che deſidera offrirli coſe maggiori, e degne della ſua generoſità. Ferrara li 20. Settembre 1642.

Di V.S. Mol. Illuſt.

Affettionatiſs. Seruo

F. Stefano di S. Greg. de Scalzi Agoſt.

Licenza del Molto Reuerendo Padre Vicario Generale de' Scalzi Agostiniani.

NOI F. Gioseppe dalla Madre di Dio Vic. Gen. della Congregatione delli Scalzi Agostiniani d'Italia hauendo inteso esser stato composto dal R. P. Stefano di S. Gregorio nostro Theologo vn libro intitolato Aritmetica pratica, quale d'ordine del nostro Commissario Generale, e stato reuisto, & approuato dal R. P. Bonifacio di S. Andrea Lettore, & Priore del Conuento de SS. Agostino, e Mauro di Commacchio, e dal R. P. Simone dall' Assonta Priore del Conuento di S. Gioseppe di Ferrara nostri Theologi, à quali ciò commisse; Intendendo hauer a riuscire opera vtile, e di commune beneficio, se sia fatta publica per mezzo delle stampe, concediamo licenza al predetto P. Stefano di stamparla; osseruando prima le cose da osseruarsi. Data in Napoli nel nostro Conuento di S. Maria della Verità li 26. di Luglio 1642.

F. Gioseppe dalla Madre di Dio Vic. Gen.

Locus Sigilli

F. Constantino da S. Nicola Secr. Gen.

In-

Indice de Trattati, & Capi, che si contengono in quest'Opera.

Della Numeratione Tratto I.

Forma delle figure dell' Abaco, & natura di esse. Cap. I.
Numeratione de Numeri intieri. Cap. II.
Additione de Numeri intieri, ouero Assummare. Cap. III.
Della Sottrattione. Cap. IV.
Della Moltiplicatione. Cap. V.
Della Diuisione. Cap. VI.

De Numeri rotti, ouero minutie. Trattato II.

Numeratione de Numeri rotti. Cap. I.
Additione, ouero Assummare de Numeri rotti. Cap. II.
Sottrattione de Numeri rotti. Cap. III.
Moltiplicatione de Numeri rotti. Cap. IV.
Diuisione de Numeri rotti. Cap. V.
Minutie de minutie. Cap. VI.
Della insitione. Cap. VII.
Pratica de Numeri intieri, & minutie. Cap. VIII

Re-

Regola del Tre. Trattato III.

Della regola del Tre, e come ſi facci. Cap. I.
Regola del Tre euerſa. Cap. II.
Regola del Tre compoſita. Cap. III.

Della Società. Trattato IV.

Che coſa ſia Società. Cap. Vnico.

Delle Allegationi. Trattato V.

Che coſa ſia Allegatione, & come ſi facci. Cap. I.

Delle falſe poſitioni. Trattato VI.

Che coſa ſia falſa poſitione, & come ſi facci detta Regola. Cap. I.
Delle falſe poſitioni doppie. Cap. II.

Delle progreſſioni Arithmetiche. Tr. VII

Che coſa ſia progreſſione Arithmetica, & come ſi facci. Cap. Vnico.

Delle progreſſioni Geometriche. T. VIII

Che coſa ſia progreſſione Geometrica, & come ſi facci. Cap. Vnico.

Della Radice Quadra. Trattato IX.

Che coſa ſia Radice quadra, & come ſi caui dalli numeri. Cap. Vnico.

ARITMETICA PRATICA.

Forma delle figure dell'Abaco, & natura di esse. Cap. I.

'Aritmetica pratica, ouero l' arte dell Abaco contiene in se cinque parti, cioè Numeratione, Additione, Sottrattione, Multiplicatione, & Diuisione. Tutta la difficoltà di detta Arte consiste in cognoscere le figure, delle quali ella si serue, & sapere bene la natura di dette figure. Le figure dunque delle quali ella si serue sono dieci di questa forma; cioè 1.2 3 4 5.6 7.8.9 0. le quali hanno il lor proprio significato dalli luochi, nelli quali risiedono, verbi gratia la prima figura si chiama vno, perche risiede nel primo luoco, la seconda si chiama due, perche risiede nel secondo luoco, & così di mano in mano sino alla nona figura. Dopò viene la decima, chiamata zero, che da per se non significa cosa alcuna, mà dà, sì bene cognitione, & gran

 for-

forza alle figure, alle quali ella si accompagna, che per ciò viene chiamata similmente (cifra) poiche la cifra da se stessa, benche pari non significhi cosa alcuna, nondimeno significa assai, accompagnata con il concetto del proferente conforme al presente diremo; dichiarando la natura di dette figure.

La natura dunque di dette figure è, che essendo accompagnate insieme, la prima da vigore alla seconda, & fà, che significhi dieci volte più di quello prima significaua. Aduertendo, che le prime figure in quest'arte, sono quelle, che sono vltime da farsi, & le vltime sono quelle, che sono le prime à farsi; di modo, che essendo accompagnato verbi gratia l'vno con il due in questo modo, 12. il due si chiama la prima figura, & da vigore alla figura dell' vno, che dichi dieci, restando il due nel suo essere di modo, che dette due figure diranno dodici, alle quali se vi si aggiungerà vn' altra figura, farà l' istesso effetto, cioè farà, che le due figure antecedenti dichino dieci volte più, che prima diceuano, verbi gratia aggiungendo alle 12. vno cinque in questo modo 125. l' vno non dirà più dieci, mà cento, cioè dieci volte più di prima, & il due non dirà più due, mà vinti, dieci volte più che prima, & il cinque resta nel suo essere, di modo, che dette tre figure dicono centouinticinque, & se à dette figure vi si aggiungesse vn'altra figura, farebbe similmente, che tutte le tre figure antecedenti dicessero dieci volte più che prima diceuano, verbigratia se si aggiungesse vno zero, benche detto zero non dichi cosa alcuna; nondimeno fà l' istesso effetto, che fanno l' altre figure, cioè fà, che tutte l' altre figure antecedenti, dichino dieci volte più di quello prima diceuano, & così l' vno, che diceua cento, direbbe mille, il due, che diceua vinti, direbbe ducento,

il cinque, che diceua solamente cinque, direbbe cinquanta, si che queste quattro figure 1250. *dicono mille ducẽto cinquanta, & così di mano in mano sempre, che si aggiunge vna figura fà, che l'altre antecedenti dichino dieci volte più che prima diceuano, conforme meglio vederemo nel seguente capitolo della Numeratione.*

Per la natura di dette figure si suole dare ad' imparare alli principianti di dett' Arte, dicendoli, che la prima figura si chiama numero, la seconda decina, la terza, centenaro, la quarta migliaro, la quinta decina di migliaro, la sesta centenaro di migliara, la settima milioni, l'ottaua decina di milioni, la nona centenaro di milioni, la decima migliaro di milioni, la vndecima decina de migliara de milioni, la duodecima centenaro di migliara di milioni, nella decima terza si cominciano millioni de milioni, & si và ascendendo similmente per decine, centenara, & migliara, conforme si è fatto nelli numeri precedenti, & meglio vederemo nel seguente capitolo della Numeratione.

Numeratione de' numeri intieri, Cap. II.

I*L numerare non vuol dire altro, se non che vno esprimere, cioè dichiarare qualsiuoglia numero con le sue proprie figure, quale figure, già habbiamo detto essere dieci, noue de quali si chiamano figure significatiue, & vna, cioè il zero, si chiama figura non significatiua; la natura di dette figure, già l'habbiamo detta, al presente solamente resta dirsi il modo da farsi detta Numeratione.*

Il modo di fare qualsiuoglia numeratione di qualsiuo-

glia numero proposto è; spartire detto numero in più membri, & qualsiuoglia membro contenghi solo tre figure con fare vn punto, ò linea frà la terza, & quarta figura dalla parte di sotto, & così similmente frà la sesta, & settima, cominciando dalle prime figure, & così di mano in mano sino al fine, come si vede in questo esempio.

1
7.201.234.569.

Et se saranno figure assai, per sapere pronunciare li milioni, si potrà fare per ogni settima figura vno numero di sopra, cioè nella prima settima figura vno 1. conforme si vede fatto nel sopradetto esempio, che vuol dire, che da quella figura cominciano li milioni, nell' altra settima figura, che sarà terzadecima, si fà vn due, & vuol dire, che cominciano li milioni di milioni, alla terza settima, che sarà la decimanona in ordine, si fà vn tre, & vuol dire, che da quella figura cominciano li milioni de milioni, de milioni, & così si fà di mano in mano, per ogni settima figura crescendo vn numero, di modo, che appresso poi si farebbe vn quattro, poi vn cinque, &c. & detti numeri di sopra posti significano, che tante volte si deue porre questa parola milione, nella pronunciatione di detti numeri, v. g. in questo numero.

3 2 1
6.423.571.567.325.432.152.

Il tre sopra al sei significa, che in quel sei si hà d' aggiungere tre volte questa parola milioni, la prima in diretto, & l'altre in obligo, & così si dice, sei milioni, di milioni, de milioni. Il due significa, che iui si hà da dire solamente due volte, cioè milioni di milioni, & l'vno significa, che si hà dire solamente vna volta milioni.

Per

Per sapere adesso pronunciare detto conto, bisogna intendere, che conforme l'infimi numeri, si pronunciano con numeri, decine, & centenara, così ancora si hanno da pronunciare li milioni, con aggiungerui solamente quella parola milioni tante volte, quante vi và messa. Et se ancora conforme l' altre seguenti tre figure si pronunciano con numeri, decine, & centenara de migliara; così parimente le seconde tre figure dopò li milioni, si pronunciano con numeri, decina, & centenara di migliara di milioni, di modo, che la differentia, che è frà la pronuncia delle tre prime figure, & le seconde è solamente, che nelle seconde se ci aggiunge questa parola milia, si che dunque il presente esempio, che quiui replico.

3 2 1
6.423.571.567.325.432.152.

si pronuncia in questo modo, sei milioni, di milion, di milioni, quattrocento vintitre milla milioni, di milioni; si dice due volte, perche questa è operatione spettante al due, che è sopra l' vno l' altre tre littere dicono cinquecento settant' vno milioni, di milioni, cinquecento sessanta sette milia milioni, trecento vinticinque milioni, quattrocento trentadue milia, cento cinquanta due; si che bisogna pronunciare sempre tre figure per volta, sempre che si può, acciò non si faccia errore.

Dico. sempre, che si può, perche molte volte occorre in dette tre figure, che vi sia qualche zero, ò due ancora con vna sola figura significatiua, & all'hora si pronuncia solamente la figura, ò le figure significatiue, come v.g. in questo esempio.

1
2.005.032.

La figura del due dice due milioni, mà l'altre tre figu-

re dicono solamente cinque milia, di modo, che quelli due zeri seruono solamente per dare vigore al due, poi che se non vi fossero detti due zeri direbbe insieme con il cinque venticinquemilia, conforme le tre prime figure dicono solamente trentadue, si che tutto detto numero si pronuncia due milioni cinquemilia trenta due.

Così similmente si hà da osseruare, quando sono figure assai, con pronunciare solamente le figure significatiue, come si vede in quest' altro esempio.

3 2 1
27. 235 063. 005. 060 053. 007.

Doue vedi, che il primo membro da pronũciarsi tiene solamente due figure; & però si pronuntiano solamente dette due figure in questo modo, venti sette milioni, di milioni, di milioni, ducento trenta cinquemilia milioni, di milioni, sessantatre milioni, di milioni, cinque milia milioni, sessanta milioni, cinquantatre milia, & sette, si che si vede, che solamente le figure significatiue si pronunciano, & si cognosce la natura di dette figure, & insieme la natura del zero, cioè cifra, che differisce solamente dall' altre in quanto, che da per se non significa cosa alcuna; mà si bene dà l'istessa forza, & vigore à tutte l'altre figure, che auanti d'essa si pronuntiano, conforme fanno tutte l'altre figure significatiue.

Additione de' Numeri intieri, ouero Assummare. Cap. III.

ASsummare, ouero additione de' numeri, non vuol dire altro, che vna radunanza, cioe collettione de più partite de numeri, quale partite si pongono l' vna sopra l'altra; & le prime figure si deuono porre sotto la

pri-

prima, le seconde sotto la seconda, & così di mano in mano sin tanto, che ci ne sono da porre, & quelle partite, che tengono poche figure, si deuono porre di modo, che il mancamento si veda dalla mano sinistra, cioè nell'vltime figure, conforme si vede in questo esempio.

Doue vedi, che le figure del secondo numero corrispondono con le sue quattro figure solamente ad altre quattro di sopra, & il terzo numero vi corrisponde solamente con tre figure, il quarto poi corrisponde non solo à tutte le cinque figure di sopra, mà ne tiene vna souerchia da mano sinistra.

```
    5.4.3.2.6
      7.2.0.5
        4.2.3
  6.5.0.3.0.2
  ————-————
  7 1 2 2 5 6
  ————-————
```

Si summano poi dette figure in questo modo, con cominciare dalle prime figure, e si può cominciare tanto di sopra, come di sotto, con tirare prima vna linea di sotto detti numeri, conforme si vede nel detto esempio; dopò si aggiunge la prima figura con tutte l'altre prime dell'altre partite, & nel fine si pone il soprapiù delle decine, di sotto la detta linea con aggiungere dette decine alla seconda figura da assummarsi; come v. g. nel sopradetto esempio, si vnisce il 6. con il 5. che fanno vndeci, vi si aggiunge il 3. che fanno quattordici, vltimamente vi si pone il due, che sono sedeci; si pone dunque il 6. che è il sopra più della decina, sotto la linea, & si porta la decina d'aggiungere al 2. figura seconda da assummarsi, & si dice tre, & due di sotto sono cinque, si pone detto 5. sotto la linea, poi si pigliano le terze figure da assummarsi con dire tre, & due, sono cinque, quattro, che sono noue, e tre dodici; si pone il due sotto la linea, & si porta vna decina, quale vnita con il 4. dice cinque, e sette sono dodici, si fà due sotto la linea,

& ſi porta vna decina; quale vnita con il 5. dice 6. & 5. che ſono vndeci, ſi fà vno ſotto la linea, & ſi porta vna decina, quale vnita con il 6 dice ſette, ſi pone detto 7. ſotto la linea, conforme il tutto ſi vede già fatto in detto eſempio, & ſummano dette partite ſettecento dodici milla, ducento cinquanta ſei.

Si è d'aduertire, che può accadere di douerſi aßummare molte quantità di partite, di modo, che con aſſummare ſolamente le prime figure, ſi paſſi il centenaro, & così in tal caſo ſi hà da porre il ſopra più del centenaro ſotto la linea, & detto centenaro, ò centenara, ſi dicono in tante decine, & ſi aggiungono alla ſeconda figura da aſſummarſi v. g. in queſto eſempio.

Aßummate le prime figure, ſummano cento, & due, ſi pone il due ſotto la linea, & ſi portano dieci decine quali vnite con il 6. ſi dice ſedeci, & vnite con tutte le ſeguenti figure, ſummano trenta noue ſi fà noue ſotto la linea, & ſi portano tre quale vnite con il 5 ſummano 8. & vnite con le ſeguenti, ſummano quaranta quattro, ſi fà il 4. ſotto la linea, & ſi portano 4. quale vnite con il 5. ſummano 9., & aggiuntoui l'altro di ſotto ſono dieci, ſi fà dieci ſotto la linea, & ſummano tutte dette figure diecimilla quatrocento nouanta due.

568
19
326
5407
658
25
456
207
309
1358
505
127
203
1057)(7
218
10492

Mà il meglio conſiglio è, quando occorrono tante partite da aßummarſi, farne di quelle tre, ò quattro claſſe, acciò facendo qualche errore non s' habbi ſempre à cominciar da capo, mà in più claſſe diuiſe, ſi aſſummano tutte dette claſſe da per ſe, & poi ſi poſſono

vnire

vnire tutti in vna summa, che così facilmente si se fà errore in vna classe, subito si vede, & facilmente si può correggere, come si vede in questi esempi.

7652	3023	5026	8032
503	730	4560	326
604	522	605	530
8759	4275	10191	8888

Di modo, che radunate tutte dette partite insieme, summa trentadue milla cento, e tredeci.

8888
10191
4275 1)(1
8759

dico — 32113

Fatte dette operationi, si sogliono dare alcune regole per cognoscere se dette operationi sono state ben fatte; la prima de quali, & la più vsitata è quella del noue, la quale si fà in questo modo; primieramente si leuano li noue da tutti li numeri, quali sono stati assummati, sempre che si può, sino all'vltima figura, & il sopra più delli noue, ouero il numero inferiore alli noue, si pone alla mano sinistra della croce; di poi il simile si fà da tutta la summa assummata, & si stà ben fatta la operatione, risponderà l'istessa figura, come la prima da porsi nella mano destra di detta croce, acciò si vedano siano simili, & si cognosca l'operatione esser ben fatta, conforme già si vede nelli esempi sopra posti.

Detti noue si leuano in questo modo, cioè si vnisce vno numero di vna figura, con l'altra dell'altre figure, ad vna per vna, & passando il numero de' noue, si lasciano detti noue, & il rimanente si porta da numerarsi con

l'al-

l'altre figure, conforme con li esempij si farà chiaro, v.g. dà questo esempio; si leuano li noue in questo modo, cominciando dal numero assummando, sono 6. & 5. fanno vndeci, leuando noue restano due, & 3. che vengo appresso sono cinque, & cinque seguitano, che sono dieci leuate noue resta vno, & sette, che seguono sono 8. & 5 sono tredeci, leuate noue restano 4. & tre seguitano, che sono sette, & 5. appresso, che sono 12. leuate li noue, restano 3. & 3. seguitano, che sono 6. detto 6. si pone alla mano sinistra della croce; poi si leuano l 9. della summa fatta sotto la linea, dicendo sei, & cinque sono vndeci, leuate li noue restano due, & 8 appresso, sono dieci, leuate li noue resta vno, & 4. sono 5. & dopò vno, che sono sei, detti sei si pongono à mano destra della croce, & si vede, che dette due figure della croce sono eguali, segno, che l'operatione, é ben fatta, altrimente bisognerebbe farla di nouo, & in questo modo si leuano li noue da qualsiuoglia numero, il che bisogna ben sapere, perche in tutte l'altre operationi, che diremo appresso, si fà sempre dell'istesso modo.

653057
5353
658410

6)(6

Quando occorre leuare li noue da qualche partita, che le figure non arriuassero à noue, quel numero, che constituiscono dette partite, quello si ritiene, & si pone nella parte della croce v. g. da questo numero 123. non si possono leuare li noue, perche le figure non summano più, che sei, di modo, che detto numero 6. vuol dire essere già leuati li noue da detto numero cento ventitre, & restano 6; conforme similmente da 120. leuando li noue, restano tre parimente da 53. leuati li noue restano 8. quãdo poi dette figure arriuano à noue, si farà vno zero alla

parte

parte della croce conforme in questi essempij si vede.

108		
135	0)(0	
252		
495		

Doue nel primo essempio, leuando li noue tanto dal numero da aßummarsi, quanto dalla summa di eßo, resta zero; così similmente nel secondo, leuando li noue tanto del numero da aßummarsi, quanto dal numero assummato restano otto.

120	
200	8)(8
120	
440	

Detta regola del noue, benche sia optima, nondimeno in se stessa è falsa, poiche può essere, che vno facci errore in lasciare vna partita di 9. ò più partite, che constituischino noue, & così nella proua si ritrouerà bene, non ostante, che veramente la summa sia falsa, v. g. in questo essempio; poniamo caso, che vno habbia assummato per errore dette partite, & habbi fatto cinquecento quaranta noue, conforme si vede in detto essempio. Certo è, che la summa è falsa; nondimeno in quanto alla proua và bene; così ancora in quest'altro essempio, doue si vede, che la summa di detto essempio è falsa; & nondimeno la proua è buona; si che si vede chiaramente detta regola esser falsa, si seruono con tutto ciò li Mercanti di detta regola, perchè li errori detti sono souerchi grossi; & non si possono fare se non che quasi volontariamente ò da persone assai ignorante, massime in così numero giusto di noue, essendo, che

120	
200	
139	0)(0
549	

2952	
3051	
4956	6)(6
10059	

li

li errori possono essere di due, ò 3. ò altra summa piccola; mà di summa così grossa, & giusta, e quasi impossibile.

Oltrè questa regola, vi è anco l' altra regola del sette; quale si fà in questo modo, si buttano, ouero si leuano li sette di tutte le partite, che si hanno da assummare, & finita vna partita si pone il rimanente delli sette dietro vna linea, auuertendo, che non si fa conforme si è detto del noue; anzi in questa regola le prime figure, dalle quale si comincia l' operatione, sono decine, con le quali si vniscono li numeri delle figure seguenti, & da detto numero si leuano li sette, conforme con esempij farò il tutto chiaro.

1253	0

Si hãno da leuare v.g. li sette da questa partita si dice dieci, & due, sono dodeci, leuati li sette, bisogna vnire la prima, & seconda figura insieme, & poi leuarli; detto cinque dice cinquanta, quali vniti con l'altro cinque fà cinquanta cinque, dal quale numero leuate li sette, restano sei, qual sei dice sessanta, & vniti con il 3. dice, sessanta tre, da quali leuati li sette resta zero, quale si pone dietro la linea, conforme vedi in detto esempio.

Quando poi sono più partite da assummarsi, & si hà da vedere per questa regola, se sia ben fatta l'operatione si fà in questo modo, v. g. in questo esempio, perche la prima figura è 7 si leua assolutamente poi dice da vinte tre, leuate li sette restano due, quali vniti con il zero, dicono vinti, leuati li 7. restano 6. qual sei con il cinque appresso dice sessanta-cinque, leuati li 7. restano due, quale due si pone incontro alla detta partita dietro la linea, come vedi già fatto in

72305	2
3210	4
6032	5
15	1
81562	5)(5

detto

detto esempio. Dopò si leuano li 7. dall'altre partite dell'istesso modo, & si dice da trenta due leuati li sette; restano 4. quali vniti con l'vno, dice quarant'vno, leuati li sette restano sei, quali vniti con il zero dice sessanta, da quali leuati li sette restano 4. da porsi simılmente dietro la linea, poi da sessanta leuate li sette, restano 4. vniti con il tre, dicono quaranta tre, leuati li 7. resta vno, quale vnito con il due dice dodici, & leuati li sette, restano 5. da porsi similmente dietro la linea; poi da 15. leuati li 7. resta vno da porsi dietro la linea. Dopò si assummano le figure messe dietro detta linea, & si dice due, & quattro sei; & cinque vndeci, & vno, che sono dodeci, da detti dodeci, leuati similmente li sette, restano 5. & detti cinque si pongono à mano sinistra della croce, poi si fà dell'istesso modo al numero assummato, nel quale non essendoui errore, darà l'istessa figura da porsi à mano destra della croce.

Si dice dunque nel numero già assummato in detto esempio, che è 81562. da 8. leuate 7. resta vno. Aduertendo, che hora non si vnisce la prima figura con la seconda per leuare li sette, perche la prima figura in se già contiene detto 7., & così si hà da far sempre, resta dunque vno, quale vnito con l'altro vno, dice vndeci, da quali leuati li 7. restano 4., quali vniti con il 5. dice quaranta cinque, da quali leuati li 7. restano 3., quali vniti con il 6. dice trenta sei, & leuati li sette resta vno, quale vnito con il due dice dodeci, da quali leuati li 7. restano cinque da porsi à mano destra della croce, & così si vede, che stà ben fatta l'operatione.

Et benche questa regola ancora possi fallire, conforme si è detto del noue; nonaimeno si risponde dell'istessa maniera; ben vero, che questa non è troppo vsitata per es-

sere troppo lunga, & assai più fastidiosa; mà per volersi seruire di detta regola è necessario hauere vna buona prattica delli numeri, che contengono detti sette, acciò non si habbia tanto da fatticare, che perciò si è fatta la presente tabella quale bisogna hauerla bene in pattica.

Si dà ancora vn'altra regola, ouero auuertimento per vedere se si fosse errato, & è, che si deuono summare dette figure più volte di sopra, & da basso, che facilmente si vederà, se vi è errore, il che basti per detta additione, ouero assummare.

7	0
14	0
21	0
28	0
35	0
42	0
49	0
56	0
63	0
70	0

Della Sottrattione. Cap. IV.

SOttrattione non vuol dire altro, se non che subducere, cioè leuare vno numero minore, dal maggiore, & facilmente si potrà conoscere quale sia il numero maggiore, ò minore dalla quantità delle figure, & se fossero partite eguali di figure, si conoscerà dalle prime figure, cioè da quelle, che sono le prime à farsi, & quale sarà maggiore, quella partita sarà similmente maggiore dell'altra, come v. g. in queste partite, benche siano di eguale numero, anzi benche la partita di sotto habbi tutte le figure maggiori di quella di sopra, eccetto la prima, nondimeno è la minore partita, per causa, che la figura prima della prima partita è maggiore. Dopò, che se sarà conosciuto questo, si hà d'auuertire, che nel sottraere sempre la partita maggiore si pone sopra, & la

702141
634352

mi-

minore di ſotto, in queſto modo, cioè ſi pongono le prime figure di mano deſtra, l'vna corriſpondente à l'altra, poi le ſeconde, & poi di mano in mano ſin tanto ſi può di modo, che il difetto, ò mancamento ſi veda nelle figure di mano ſiniſtra, ſi fà poi vna linea ſotto dette partite, & ſi fà la ſottrattione in queſto modo.

Si comincia à fare la ſottrattione dalle prime figure di mano deſtra, & hauendo ſottratto vna figura minore dalla maggiore di ſopra, ſi pone il reſiduo ſotto la linea in corriſpondenza di detta figura ſottratta, Auuertendo, che quando la figura di ſopra è minore di quella di ſotto, all'hora non ſi potria fare la ſottrattione, & perciò in tal caſo detta figura di ſopra minore, ſi fà impreſtare vna decina dalla prima figura ſignificatiua, che appreſſo di lei viene, reſtando detta figura con vna decina meno, cioè ſi ſarà vn cinque, reſterà quattro, & così di mano in mano, & ſi ſarà vno, cioè vna decina, reſterà zero; & ſi frà le dette figure vi foſſero vno, ò più zeri, detti zeri ſi fanno 9. & da detti noue, ſi fà la ſottrattione, conforme con eſempij dichiararemo il tutto.

Hauendo da fare queſta ſottrattione v. g. ſi fà in queſto modo cominciando dalle prime figure di mano deſtra; da quattro ſi hanno à leuare ſette, mà non ſi può, per eſſere il ſette maggiore del quattro, acciò dunque il quattro ſia maggiore, ſi fà impreſtare vna decina dal tre figura più proſſima ſignificatiua, reſtando detto tre due, di modo, che detto quattro diuenta quattordeci, & ſe dice da quattordeci, leuate ſette reſtano ſette, quale ſette ſi pone ſotto la linea

```
63523004
55674557
————————
 5848447
————————
63523004

  5 )( 5
```

linea in corrispondenza di detta figura sottratta; vi seguitano poi due zeri, quali zeri in detti casi diuentano noue, & così si dice, da noue, leuate 5. restano 4. da porsi sotto la linea, dopò dà noue, leuate l'altro 5. restano similmente 4. da porsi sotto la linea; dopò seguita il 3. il quale è due, per hauere imprestato vna decina alla prima figura, & così da due non si possono leuare 4. si fà detto due imprestare vna decina dell' altro due à se più prossimo, restando detto due; vno, & si dice da dodeci, leuate 4. restano 8. da porsi sotto la linea, dopò seguita il due restato vno, dal quale non si possono leuare sette, & così detto vno si fa imprestare vna decina dal 5. à se prossimo, restando detto 5. quattro, & si dice da vndeci, leuate sette, restano quattro, da porsi sotto la linea. Dipoi dal 5. rimasto 4. non si possono leuare 6., si fà imprestare vna decina dal tre, restando due, & si dice, da quattordici leua 6. restano otto da porsi sotto la linea; così similmente dal tre rimasto due non si può leuare 5. si fà imprestare vna decina dal 6., che resta 5., & si dice da dodici, leuate 5. restano 7. da porsi sotto la linea; dipoi resta il 5. di sopra, & perche altri 5. si hauerebbono à sottrarre, però si douerebbe fare zero, mà hora non si fà, perche è finita l'operatione, & il zero quando non hà d'hauere altre figure significatiue auanti, non occorre si faccia, perche non significa cosa alcuna, conforme già vedi fatto nel detto esempio.

Da quest'altro esempio, si fà la sottrattione in questo modo, conforme alle regole già dette. Dal zero non si può leuare 5. & perciò il zero si fà impre-

```
 999  9
60000500
43567325
———— ————
16433175   2 )( 2
———— ————
60000500
```

stare

stare vna decina del cinque figura à lei più prossima significatiua, restando detto 5. quattro, & così si dice, da dieci leuate 5. restano cinque da porsi sotto la linea, doppo seguita il zero, il quale rimane 9. per la detta operatione fatta, & così se dice da 9. leuate due, restano 7. da porsi sotto la linea, di poi si dice da 4 leuate 3. resta vno da porsi sotto la linea, dopò seguita il zero, dal quale non si possono leuare sette, & così detto zero si fà imprestare vna decina del sei, quale resta cinque, & si dice da dieci leuate sette restano 3. da porsi sotto la linea, li tre altri zeri restano noue per causa di detta operatione, & così si dice da' noue leuate sei restano 3. da 9. leuate 5. reno 4. da 9. leuate 3. restano 6. & da cinque leuate 4. resta vno, conforme il tutto vedi fatto in detto esempio.

Benche detto modo di Sottrarre, con farsi imprestare vna decima dalla figura più prossima significatiua, quando occorre, che la figura di sopra sia minore di quella di sotto (aduertendo, che quando fosse, eguale si faria vno zero di sotto la linea) sia assai vsitato, nondimeno è ancora vn'altro modo assai similmente facile, & vsitato; & è, che in tal caso si piglia la differentia, che è trà la figura di sotto, & la decina, v.g. se la figura di sotto è 5. la sua differenza sarà 5. perche cinque ci vogliono sino à dieci, detta poi differentia di 5. si aggiunge con la figura di sopra, v.g. se fosse detta figura di sopra 3 dal quale non si può leuare 5. si piglia la sua differentia de 5. & si vnisce con il tre, che fanno 8. da porsi sotto la linea; mà in tal caso si aggiunge poi vna decina alla prossima seguente figura di sotto di modo, che se sarà 3. diuenterà 4. & così di mano in mano si và facendo sempre, che occorre non potersi fare la sottrattione, per essere la figu-

ra di sotto di più numeri, conforme il tutto chiarirò con questo esempio, doue si dice da quattro leuate due resta due, da porsi sotto la linea, da 5. non si possono leuare 7. sino à dieci sono tre di differentia, dette 3 vnite con il 5 di sopra sono 8. da porsi sotto la linea, & si accresce vna decina alla figura vicino al 7. cioè à l'otto, il quale viene ad essere 9. dipoi da sette non si possono leuar 9. si piglia la differentia sino à dieci, che è vno, quale vnito con il sette di sopra dice 8. da farsi sotto la linea, & il 5. vicino l' otto viene ad essere 6. & da due leuarne 6. non si può, si piglia la differentia sino à dieci, che è quattro, quali vniti con il due di sopra fanno 6. da porsi sotto la linea, poi il tre diuiene 4. & dal 3. di sopra non si possono leuare 4. però si piglia la differentia, che sono 6. & vniti cō il 3. di sopra fāno 9. da porsi sotto la linea, & poi il 7. diuiene 8, & 8. nō si possono leuare dalli sei di sopra se piglia la differētia, che è due, & sei di sopra, sono 8. da porsi sotto la linea, & il 4. diuēta 5. & perche la figura di sopra è similmēte cinque, bisognaria fare zero, mà nō si fa, perche è finita l'operatione, conforme habbiamo notato di sopra, & in questi due modi si può fare detta sottrattione.

5632754
4735872
896882
5632754

5)(5

E si bene da aduertire in quest' vltima regola, che molte volte occorre nell' aggiungere la decina, non vi siano figure, & all'hora bisogna solamente fingerla oppressa, & sottraherla dalla summa di sopra, & se la figura di sopra sarà zero, si dice da vno sino à dieci sono noue, & detti noue si pongono sotto la linea, & poi di nouo si finge vn'altra decina sotto l'altra figura, & si sarà similmente zero, si fa dell'istesso modo fin tanto, che si ritroua figura signi-

significatiua, dalla quale si possa sottrahere detta decina, come si chiarirà con questo esempio, doue si dice da due leuate 1. resta 1. da porsi sotto la linea, da 4. non si possono leuar 7. si piglia la differentia, che sono tre, & vniti con il 4. fanno 7. da porsi sotto la linea, & il 3. diuenta 4. & da zero non si possono leuare 4 si dice da 4 sino à dieci sono 6. si fà 6. sotto la linea perche detto 6. non si può vnire con il zero, che non è figura significatiua. Et perche appresso al detto 3 nō ci seguita altra figura significatiua, alla quale si potesse aggiungere la decina; però se finge vna decina sotto l' altro zero, & perche da zero non si può leuare vno, però si piglia la sua differentia da vno sino à dieci, che sono noue, & detto noue si pone sotto la linea, se finge similmente vn' altra decina sotto il cinque, & si dice da cinque leuato vno resta 4. & così vien finita l'operazione conforme si vede in detto esempio.

500042
371
499671
500042
2)(2

Fatta, che sarà detta operatione, bisogna esaminare si stà ben fatta, il che si può fare in questo modo, cioè per la regola del noue, è per quella del sette, la terza è cō assummare il numero fatto sotto la linea con il numero sottratto, & se detti numeri assummati renderanno l'istesso numero, dal quale si è fatta la sottrattione, è segno, che l'operatione è fatta buona, conforme si vede nelli sopradetti esempi; la quarta regola è sottraere il numero sottratto messo sotto la linea dal numero principale di sopra, che renderà il numero sottratto, se però starà ben fatta l'operatione, poi che conforme il numero da sottraersi, da il numero di sotto la linea, così detto numero di sotto la linea sottratto dal numero principale, renderà le figure del

numero sottratto, che stà in mezzo, & dette due vltime regole sono infallibili, che non sono così l'altre, come di sopra habbiamo detto, & tutte dette quattro regole, le prouaremo con il presente esempio.

In questo esempio vi sono tutte le quattro regole, con le quali tutte si vede detta operatione starà ben fatta; la prima è del 7. & facendoci detta proua se dice, da cinquanta,

Regola del 7. 6)(6

999
5000764 |
2781 | 2
4997983 | 4

5000764
4997983
2781

Regola del 9. 4)(4

quanta, leuate li 7. resta vno, dipoi da dieci leuate 7. restano tre, poi da trenta leuate li 7. restano due, appresso da 27. leuate li 7. restano 6. da sessantasei leuate li 7. restano tre, da trenta quattro leuate li 7. restano 6. da porsi à mano sinistra della croce, poi si leuano li sette tanto dal numero sottratto, quanto dal numero rimasto, cioè quello, che stà fatto sotto la linea, se dice dunque da 27. leuate li 7. restano 6. da 68. leuate li sette restano 5. da 51. leuate li 7. restano due da porsi dietro la linea, conforme vedi già fatto in detto esempio. Poi si comincia l'altro dicendo da 49. leuate li 7. non resta cosa alcuna; da 9. leuate 7. restano 2. da 27. leuato li 7. restano 6. da 69. leuate li sette restano 6. da sessanta otto leuate li 7.

resta-

restano 5. da 53. leuate li 7. restano 4. da porsi dietro la linea, conforme già si vede fatto; poi si vniscono questi due numeri di dietro la linea, & si vede, che summano 6. da porsi à mano destra della croce, & così si vede, che l' operatione stà ben fatta, perche già corrispondono in se le figure di detta croce.

Vi è similmente in detto esempio la regola del 9. quale se esamina in questo modo, cominciando dal numero principale sono cinque & 7. che sono dodeci, leuati li 9. restano 3. qaali vniti con il 6. fanno 9. si butta detto 9. poi si dice 4 quale per non hauere altre figure, si pone à mano sinistra della croce, poi si leuano li 9 tanto dal numero sottratto, quanto dal rimanente di sotto la linea in questo modo, due, & sette sono 9. si butta detto 9. seguita 8. & vno, che sono 9. si butta similmente detto 9. poi seguitano 4. quali si vniscono con il 7. perche li due noue già si buttano, & così si dice 4. & 7. sono vndeci, leuato il 9. restano 2. quali vniti con l'otto seguente fanno dieci, leuato il 9. resta vno, quale vnito con il 3. fanno 4. da porsi dall' altra parte della croce, & si vede similmente, che l' operatione è ben fatta, perche le figure della croce sono vguali.

Vi è ancora la terza regola, poiche aßummati li numeri sottratti, con il uumero rimanente fatto sotto la linea, fanno l'isteßa summa del numero principale dal quale si è fatta la sottrattione; v. g. il numero sottratto è 2781. & il numero rimasto è, 4997983. detti due numeri vniti insieme summano 5000764., che è il numero principale conforme si vede in detto esempio, & poi, per la quarta regola, sottratto dal numero principale, il numero rimanente, cioè sottratto da 5000764. il numero de 4997983. restaranno 2781., che è il numero

sottratto, & questo è quanto si possa dire circa la sottrattione.

Della Multiplicatione. Cap. V.

M*Vltiplicare non vuol dire altro, se non fare, che vno numero proposto, diuenghi tante volte più maggiore, quanti sono li numeri, per li quali si hà da multiplicare, come v. g. multiplicare il 9. per 8. non vuol dire altro, se non che detto 9. diuenghi otto volte più di quello, che in se stesso è, & così multiplicato detto 9. per 8. fà la summa de 72. quale summa contiene in se otto volte 9. Per imparare detta multiplicatione con facili-*

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

tà, è dibisogno esercitarsi, & hauere gran pratica della presente tauola pitagorica, così chiamata, perche fù ritrouata da Pitagora, benche con l' esercitio facilmente ancora s'impari; acciò ciascheduno cognoschi, quante volte vno numero viene contenuto in vn' altro maggiore, & così si ha facilita in fare le operationi.

La figura, ò le figure, per le quali si hà da multiplicare il numero proposto si pongono la prima, sotto la prima à man destra, & la seconda sotto la seconda, & così di mano in mano; doppo si comincia à multiplicare dalla prima figura, cioè quella di sopra per quella di sotto, aduertendo, che il numero maggiore si deue multiplicare per il minore, per andare ordinatamente, & non confondere li numeri, & benche para non ci possa occorrere errore essentiale, nondimeno non si verria à caminare ordinatamente, v. g. se vno dicesse, moltiplicatemi tre per noue, ouero 6. per 15 non parlaria ordinatamente, ne stà bene porre il noue sotto al 3. ne il 15. sotto al 6. mà venendo proposti detti numeri, ò simili sempre si deue porre prima il numero maggiore, & di sotto poi il minore, & così si deue vsare ancora nel parlare, & per maggiore chiarezza diremo prima con esempio, come si fà detta multipllcatione con vna figura, & poi come si fà con più figure.

567004
7
3969028

Si Multiplichi dunque questo numero per vna figura di 7. si fà dicendo in questo modo 4. via 7. sono 28. doue nota, che nō si dice 7. via 4. perche il 7. è numero maggiore, come habbiamo detto, si pongono dunque li 8. sotto la linea, & si portano due decine; poi si dice 7. via zero, fà zero; perche il zero non si può multiplica-

	1	
7	)(	4
	1	

 re,

re, però si doueria porre il zero sotto la linea, mà perche si portano le due decine della prima operatione, però si pongono dette due decine sotto la linea, poi di nuouo si dice con il secondo zero; 7. via zero fà zero, quale si pone sotto la linea, perche non si è portato decina alcuna. Dipoi se dice 7. via 7. fanno 49 si fà 9. sotto la linea, & si portano 4. appresso si dice 6. via 7. fanno 42. & quattro si portano, che sono 46. si fà 6. sotto la linea, & si portano 4. dipoi si dice 5. via 7. sono 35. & quattro, che si portano sono 39. detti 39. si pongono sotto la linea, già che non vi sono più figure da multiplicare, il che tutto si vede già fatto in detto esempio.

Quando la multiplicatione si hà da fare con più figure, all'hora, multiplicata, che è la prima figura, si moltiplica la seconda dell'istesso modo, mà il numero multiplicato da porre sotto la linea, bisogna cominciarlo a porre dalla seconda figura, & così anco moltiplicandosi la 3. ò quarta figura, se haueria da porre il numero multiplicato in corrispondenza di detta terza, ò quarta figura, che si multiplica; & poi vltimamente se tira vna linea di sotto, & si assummano tutti detti numeri in vna partita sola per sapere qual sia il numero multiplicato, conforme il tutto appare in questo esempio, doue primieramente se dice 3. via 5. sono 15. si fà il 5. sotto la linea, & si porta vna decina, doppo se dice 5 via 8. sono 40. & vno si porta, sono 41. si fà vno sotto la linea, & si portano 4. poi se dice 4. via 5. sono 20. & 4. si portano, che sono 24. si fà quattro sotto la

```
  560483
     125
--------
 2802415
1120966
560483
--------
70060375
```

```
   1
8 )( 8
   1
```

linea,

linea, & si portano due decine, poi se dice 5. via zero fà zero, mà perche si portano due, non si pone il zero sotto la linea, ma il due appresso se dice 5. via 6. sono 30. si fà zero sotto la linea, & si portano 3 doppo 5. via 5. sono 25. & 3. si portano sono 28 si pongono tutti 28. sotto la linea, perche è finita la multiplicatione della prima figura.

Doppo si multiplica la seconda figura, cioè il due similmente per tutte le figure, dicendo, due via 3. sono sei, detto sei si comincia a porre a drittura del detto due, che và multiplicato, comminciando vn'altro verso, conforme si vede in detto esempio, di modo, che quante figure si hanno da multiplicare, tanti versi, ouero righe si fanno, mà con questa aduertenza, che sempre si cominciano dette righe per incontro a quella figura, che si multiplica, di modo, che vna riga deue auuanzare l'altra in vna figura, si comincia dunque à porre detto sei sotto l'vno della prima riga. Doppo si seguita per l'altre figure, dicẽdo due via 8. sono 16. si fà 6. sotto la linea, & si porta vno, appresso 2. via 4. sono 8. & vno si porta, che sono 9. si pone detto 9. sotto la linea, poi zero via due fa zero, da porsi sotto la linea, già che non si porta decina del precedente numero, poi, due via 6. sono 12. si fà due sotto la linea, & si porta uno, dipoi 2. via 5. sono 10. & vno, che si porta sono 11. da porsi sotto la linea, perche è finita la seconda multiplicatione.

Doppò si multiplica la terza figura dicendo vno via 3. fà 3. da porsi sotto la linea incontro al secondo sei della seconda riga; dipoi, vno via 8. fà 8. da porsi appresso, come di sopra, vno via 4. fà 4. si pone similmente appresso sotto la linea, zero via vno fà zero, da porsi di sotto appresso, vno via 6. fà 6. da porsi anco appresso, & vno uia

cinque, fà 5. da porsi di sotto la linea, conforme il tutto si vede fatto in detto esempio fatto questo se tira vna linea di sotto, & si assummano tutte tre le righe di figure in vna sola, & quello sarà il numero multiplicato, conforme sta in detto esempio.

Quando poi occorre, che le figure per le quali si hà da fare la multiplicatione fossero vno, & zero, all'hora senza fare operatione alcuna si piglia solamente il zero, & così ancora se fossero più zeri, & tutti detti zeri si aggiũgono al numero multiplicando, & resta gia fatta la multiplicatione; coma v. g. se si hà da multiplicare 573462. per 10. ò per 100. ouero per 1000. ò per 10000. in detto caso non si fà altro, se non che si pigliano tutti detti zeri, & si aggiungono al numero multiplicando, di modo, che il primo esempio, verria in questo modo 5734620. il secondo in quest' altro 57346200. il terzo in quest' altro, 573462000. & il quarto in quest' altro, 5734620000. & così di mano in mano sempre, che fossero tutti zeri, & la prima figura significatiua fosse vno.

Mà se in cambio di vno, vi fosse due, ò vno tre, ouero altra figura di più numero; all'hora si multiplica il numero proposto solamente per detta figura significatiua; & à detto numero poi si aggiungono li zeri, tanti, quanti sono; così ancora se vi fossero più figure significatiue insieme, & poi seguitassero li zeri, se faria la multiplicatione con dette figure significatiue, come di sopra, & poi al numero assummato di dette figure, se aggiungeriano li zeri.

Aduiene similmente ancora, che se detti zeri siano nel numero multiplicando; & all'hora similmente basterà multiplicare le figure significatiue, & poi aggiungere detti

detti zeri alla multiplicatione fatta, come v. g. si hà da multiplicare 236000. per 23. basterà solamente multiplicare le tre figure significatiue, & poi alla summa, che daranno, si pongono li tre zeri.

Suole similmente accadere, che detti zeri siano tanto nel numero multiplicando, quanto nel numero, per il quale si hà da fare la multiplicatione, & all'hora si serbano tutti detti zeri dell'vno, & l'altro numero, & hauendo fatta solamente la multiplicatione con le figure significatiue, ue si aggiungono poi tutti detti zeri; come v. g. se si hà da multiplicare 25000. per 12000. basterà multiplicare il 25. per il 12 & poi a detta summa porre li sei zeri dell'vna, & dell'altra partita; il che tutto hò detto per fare le operationi più presto; mà li principianti per non confondersi, deuono usare la regola ordinaria già detta, sin tanto habbino buona pratica.

La proua per sapere se la multiplicatione stà ben fatta, è di tre sorte, la prima è quella del 9. si leuano primieramente li 9. dal numero, per il quale si fa la multiplicatione, & il numero residuo si pone a mano sinistra della croce; poi si leuano detti 9. dal numero multiplicando, & si pone il residuo a mano destra della croce, poi si multiplicano dette due figure in se stesse, & passando li 9. si buttano, & si pone il residuo sopra la croce, & si restasse zero, si fa zero sopra la croce, ouero non arriuando dette due figure multiplicate alli 9. si pone detto numero, che è sopra la croce; poi si leuano li 9. dal numero multiplicato, quale renderà l'istesso numero, che stà sopra la croce, si però sarà ben fatta l' operatione, & detto residuo si pone sotto la croce per vedere si corrisponde alla figura di sopra, conforme si vede in questi due esempij.

Vi

5463		7436	
36	0	74	4
32778	0)(0	29744	2)(2
16389	0	52052	4
196668		550264	

Vi è ancora la regola del 7. quale si fa con l'istesso ordine, conforme si è fatta questa del noue; ma ui è la terza regola, la quale è affatto infallibile, et è diuidere detto numero multiplicato per uno delli due numeri, delli quali si è assummato detto numero multiplicato; il cotiente della quale diuisione, sarà l'altro numero, dal quale similmente è stato assummato detto numero multiplicato; come v.g. nel sopradetto primo esempio, se si diuidesse il numero multiplicato di 196668. per uno delli numeri, dalli quali si è fatta detta summa, cioè ò per il numero 32778. ouero per l'altro de 16389. il cotiente saria l'altro numero suo compagno, et questo sarà segno infallibile, che detta operatione sia ben fatta; come poi si habbi da fare detta diuisione, lo diremo nel seguente Capitolo.

Della Diuisione. Cap. VI.

Diuisione non uuol dire altro, che distribuire uno numero proposto in più parte similmente proposte, come v.g. 81, da diuidersi a 9. toccherà 9. per ciaschedu-

nø a

no, perche detto numero 81. contiene in ſe noue uolte detto numero di 9. detta diuiſione ſi fa in queſto modo, ſi pone prima il numero diuidendo, quale ſempre deue eſſere maggiore del diuiſore, di modo, che uenendo propoſto qual che numero da diuiderſi per qualch' altro numero diuiſore, ſi pone detto diuiſore ſotto al numero diuidendo, non già come ſi è fatto nelle antedete operationi; mà ſi pone detto diuiſore ſotto l' vltime figure del numero diuidendo, cioè da mano ſiniſtra, collocando l' vltima figura ſotto l' vltima, & la penultima ſotto la penultima, come vedi in queſto eſempio. Mà ſe la prima figura del diuiſore foſſe maggiore di quella del numero diuidendo, all' hora ſi pone detta vltima ouero prima di mano ſiniſtra, ſotto la penultima da mano ſiniſtra del numero diuidendo, come vedi in queſto eſempio, perche è coſa certa, che il numero minore non ſi può diuidere al maggiore, di modo, che biſogna porre talmente il diuiſore ſotto il diuidendo, che le figure di ſopra corriſpondenti al diuiſore ſiano di maggiore, ò almeno di eguale numero con il diuiſore, acciò ſi poſſa fare detta diuiſione, poi ſi fà vna linea curua, ò lunga nel fine del numero diuidendo, per hauerci da porre le figure del cotiente.

7652 |
37

5360 |
75

Doppò ſi vede quante volte cape il diuiſore nel numero diuidendo con cominciare dall' vltime figure, & per ciaſcheduna operatione, che ſi farà; ſi pone il cotiente dietro la linea fatta, aduertendo, che detto cotiente non può eſſere più che 9. il che tutto dichiarerò con eſempio, acciò facilmente ſi poßa capire, & comnciarò la diuiſione con vna figura come in queſto eſempio ſi vede. Si dice dunquan-

5643 | 1
4

quante volte il 4. cape in 5. che gli sopraſtà, si vede, che cape vna volta; però si fa uno dietro la linea del cotiente, così chiamata, perche in essa si pongono li cotienti, cioè le figure, che significano quante uolte il diuisore è contenuto nel numero diuidendo, pigliandosi detto nome dalla parola latina, quoties, che uuol dire, quante uolte, fatto dunque uno al cotiente, se piglia con la mente detto uno, et si multiplica con il 4. dicendo, uno via 4. fa 4. si ha da sottrahere detto 4. dal 5. et sottratto resta uno, quale si pone sopra il 5. et si cassa detto 5. et resta fatta la prima operatione, et così si ha da fare in tutte l'altre figure, cioè prima se ritroua il cotiente, si pone dietro la linea, di nouo si piglia con la mente, et si multiplica con il diuisore, quale multiplicatione si sottrae dal numero diuidendo, con porre le figure, che restano, sopra a detto numero diuidendo, et caßando le figure già operate di detto numero diuidendo; doppò si muta il diuisore sotto l' altra figura del numero diuidendo, et si fa l'altra operatione, conforme la prima, cioè si muta il diuisore 4. sotto al 6. dicendo il 4. in 16. cape quattro uolte, perche il cotiente si ha da cauare da tutto il numero, che sopraſtà al diuisore uerso mano sinistra, et così essendo l'uno sopra al 5. antecedente, et 6. appreßo fanno sedeci, et però se dice, che il cotiente di sedeci sia quattro volte, si pone detto quattro appresso la linea, quale di nuouo pigliato con la mente, & multiplicato con il diuisore, si vede, che fà 16. di modo, che non ci è di bisogno di sottrattione, mà si cassa tanto l'vno sopra il 5. quanto il 6. insieme con il diuisore; & si muta detto diuisore sotto al 4. Aduertendo, che non si fà il zero sopra al 6. perche non ci sono figure significatiue auanti

1	
5643	141
44	

di lui; mutato dunque detto diuiſore ſotto al 4. ſi vede, che vi cape vna volta ſi fà vno appreſſo alla linea conforme vedi in detto eſempio, & pigliando con la mente detto vno, ſe dice vno via 4. ſono 4. di modo, che non occorre ſottrattione; ſi muta di nouo il diuiſore 4. ſotto al 3. & ſi vede, che detto 4. non può capire in detto 3. però ſi fà zero al cotiente, & il 3. reſta per minutia al 4. detti numeri, che reſtano, ſi pongono in contro al cotiente con vna linea, di ſopra ſi pongono li numeri reſtati, ouero rimaſti, & di ſotto ſi pone il diuiſore, ſignificando detti numeri di ſopra doue ſi diuidere al cotiente di ſotto, conforme il tutto vedi fatto in detto eſempio.

5643 | 1410 $\frac{3}{4}$
4444

0
4)(6
0

Il diuidere con vna figura è coſa facile, perche facilmente ſe ritroua il cotiente; mà vn poco difficile è, quando ſi fà con il diuiſore, che contenghi più figure, & tutta la difficultà conſiſte in ritrouare il cotiente, che ſia ben pigliato, & all'hora è ben pigliato, quando multiplicato con tutto il diuiſore, ſi vede, che detto diuiſore è minore, ò eguale al numero diuidendo, che gli corriſponda di ſopra; il numero diuidendo s'intende non ſolo quelle figure, che corriſpondono al diuiſore; mà tutte quelle, che ſtanno auanti nella mano ſiniſtra.

E ſimilmente da aduertire, che il diuiſore ſi và mutando vna figura per volta, & quando nel mutare non ſe ritroua numero maggiore, ò eguale al diuiſore, all'hora ſi fà vno zero al cotiente, & ſi finiſce quell'operatione mouendo il diuiſore auanti, come il tutto ſi vede in queſto eſempio, e di nuouo aduertendo, che il cotiente non può eſſer e più, che 9.

Nel

Nel presente esempio se dice il 4. in 32. cape 8. volte, si pone detto 8. dietro la linea, & multiplicando poi, ò con la memoria, ò in vno pezzo di carta, per tutto il diuisore 40. si vede, che fà la summa di 320. hor dunque stà ben pigliato il cotiente, perche il numero, che sopra stà al diuisore è di 323. dal quale bene si possono sottraere 320. & così ò con la mente, ò con il scritto in carta separata si pongono detti 320. sotto a detti 323. et si fà la sottrattione dicendo da 3. leua zero, resta 3. si cassa il 3. di sopra, & si fa vn'altro 3. di sopra a detto tre, da due poi leuando due, resta zero, così ancora dal 3. mà non occorre fare detti zeri, perche non possono hauere figure significatiue auanti di loro, come più volte si è detto, si cassano le tre figure del numero diuidendo, & le due del diuisore, & si muta detto diuisore, come vedi in questo esempio.

32320	8
40	

3	
32320	808
4000	
44	

Doppò si scorge, che sopra il diuisore 40 sono solamẽte 32. però si fa zero al cotiẽte, perche 32. nõ si possono spartire, a 40 & si muta di nuouo il diuisore, di modo, che hora sopra il 40 ui sono 320 se dice dũque quante volte và il 4. in 32. & si vede, che cape 8. volte; mà per vedere si è ben pigliato, bisogna multiplicarlo per tutto il diuisore, & multiplicato 8. volte 40 sũmano 320 simile al numero, che sopra stà al 40. si pone dunque l'otto al cotiẽte, & è finita la diuisione, perche il diuisore non può più caminare auãti, non essendoci figure, spartito dunque il sopradetto numero a 40. tocca per ciascheduno 808.

1
4)(7
1

Diuidiamo similmente 563002. per 575. doue primie-

mieramente è da aduertire, in che loco si hà da collocare il diuisore, perche se si pone il 5. sotto al 5. il 7. sotto al 6. & il 5. sotto al 3. non và buono, perche è più il diuisore, che non è il numero diuidendo, che sopra stà à detto diuisore, si pone dunque il 5 sotto al 6. il 7. sotto al 3. & il 5. sotto al zero, & così viene il numero di sopra esser maggiore, come vedi in detto esempio.

```
  455
563002 | 97
 5755  |
   57
```

Doppò si dice, il 5. in 56. benche cape più di noue volte, nondimeno, il cotiente, perche non può essere più di 9. si pone detto 9. al cotiente, & per vedere si stà ben pigliato, si multiplica per tutto il diuisore 575 quale multiplicato per 9. fà la summa di 5175. di modo, che è ben pigliato il cotiente, & si pone al suo loco, perche da 5630 che soprastanno al diuisore, ben si può leuare 5175. messe dunque dette figure sotto al detto numero del diuidendo, si fà la sottrattione; poi si muta il diuisore, il 5. sotto al 3. caßato, il 7. sotto al zero caßato, & il 5. sotto l'altro zero, poi se dice, il 5. in 45. cape 9. volte, & multiplicato in tutto il diuisore, fa la summa de 5175. non stà ben pigliato il cotiente, perche 4550. che sono di sopra, non si possono diuidere à 5175. di modo, che bisogna mutare il cotiente, & farlo 8. quale multiplicato per il diuisore, fà la summa di 4600. ne anco è ben pigliato il cotiente, per l'istessa causa; si cala di nuouo il cotiente, & si fà 7. quale multiplicato per il diuisore fà la summa di 4025. hora stà ben pigliato, perche 4550. ben si possono spartire a 4025. come vedi nel sopradetto esempio; poi si fa la sottrattione dal numero di sopra, & si muta il diuisore; il 5. sotto al zero, il 7. sotto l'altro zero, & il 5. sotto al 2. poi se dice il 5. in 52. benche cape più di noue volte, non-

dimeno se dice 9. per il cotiente, quale multiplicato per il diuisore fà la summa de 5175. stà ben pigliato, perche dalla summa, che resta sopra de 5252. ben si può spartire a 5175. si scriue dunque 9. al cotiente, poi si fà la sottrattione, & restano 77. di minutie, da porsi incontro al cotiente, cõforme si vede in detto esempio.

5237
563002 | 979 $\frac{77}{575}$
57552
577
5

7
8)(7
7

Resta solamente da aduertire, che per essere ben fatta la diuisione, bisogna, che dia tante figure al cotiente, quante sono le volte, che il diuisore si pone, & muta sotto al numero diuidendo, che altrimente non stà ben fatta.

Oltre il modo già detto di fare la diuisione, vi è ancora vn'altro modo più facile, ma più lungo, nondimeno, mi è parso bene dichiararlo, perche varij sono li humori delle persone, & può essere, che ad alcuni piacesse più questo, che l'altro; dico dunque, che la diuisione si può fare in quest' altro modo, cioè porre il diuisore sotto al numero diuidendo conforme và messo nell'altra regola, & si tira la linea del cotiente, incontro poi detta linea si fà vna scaletta di noue linee conforme quiui vedi fatta, & da mano destra si pongono le figure de numerische iui vedi, & poi a mano si-

86750 | 24 —— 1
24   48 —— 2
72 —— 3
96 —— 4
120 —— 5
144 —— 6
168 —— 7
192 —— 8
216 —— 9

nistra,

nistra, nella prima linea si pone il diuisore, quale si multiplica per due, & si pone il numero multiplicato nella seconda linea corrispondente al due, poi si multiplica detto diuisore per il 3. che stà nella terza linea, & detto numero multiplicato si pone similmente nella terza linea da mano sinistra, & il simile si fà con il 4. con il 5. & con tutte l'altre figure di detta scaletta sino al 9. conforme già vedi fatto in detto esempio, fatto questo si pigliano le figure, che stanno sopra il diuisore, & si vede se il numero di dette figure si ritroua in detta scaletta, & ritrouandosi, si pone al cotiente quella figura di mano destra, che corrisponde à quel numero ritrouato nella scaletta, & non ritrouandosi, si piglia il numero inferiore, ma il più prossimo a detto numero diuidendo, che stà nella scaletta, & detto nnmero poi si sottrae dal numero diuidendo dell'istesso modo, come si è detto di sopra, & la figura di mano destra si pone al cotiente, come il tutto chiarirò con il sopradetto esempio, che quiui replico. Sopra al diuisore sono 86. detto numero nõ se ritroua nella scaletta, però si piglia vno numero inferiore, mà il più prossimo, di modo, che in questo esempio si hà da pigliare il 72. che è il terzo, & il numero, che a lei corrisponde da mano destra, si pone al cotiente, & li 72. si sottraeno da 86. conforme già si vede in detto esempio, si cassano tutte le figure, come và fatto, & si muta il diuisore, & mutato, si vede in detto esempio, che sopra al diuisore vi sono 147. quale numero non è nella scaletta, però si piglia il più prossimo

1431
86750 | 3614 $\frac{14}{24}$
24444
222

24	1
48	2
72	3
96	4
120	5
144	6
168	7
192	8
216	9

inferiore, cioè 144. *che stà nel sesto scalino, & perciò si pone il* 6. *al cotiente, &* 144. *si sottraeno da* 147. *si muta il diuisore, & si vede, che sopra vi sono* 35. *quale numero non è nella scaletta, però si piglia il* 24. *del primo scalino, & si pone vno al cotiente, & si sottraeno* 24. *da* 35. *si muta vltimamente il diuisore, sopra del quale vengono ad essere* 110. *quale numero ne anco è nella scaletta, però si piglia il* 96. *che stà al quarto scalino, & si pongono* 4. *al cotiente, & sottraendo* 96. *da* 110. *restano di minutie* 14. *come si vede in detto esempio.*

Suole alle volte occorrere, che nel diuisore vi stanno più zeri, & in tal caso per facilitare la diuisione, si possono leuare tante figure da mano destra del numero diuidendo, & il residuo diuiderlo al diuisore, con leuare però tutti li zeri da detto diuisore; come v. g. si hà da diuidere 5630692 *per* 3500000. *si leuano dal diuisore li cinque zeri, & dal numero diuidendo altre cinque figure da mano destra, che sarebbono in detto esempio queste, cioè* 30692. *& poi si diuideno li* 56. *che restano nel numero diuidendo, alli* 35. *che restano similmente al numero diuisore, & restando minutie, si pongono come di sopra, & appresso dette minutie, si aggiungono le figure leuate del numero diuidendo, poiche tutte restano minutie. & il diuisore sarà il* 35. *con li cinque zeri, che si pone sotto la linea di dette minutie, come in detto esempio saria vno al cotiente, &* 21. *di minutie, di modo, che dette minutie tutte andarebbono messe in questo modo.*

$$\frac{2150692}{3500000}$$

Da

Da questo aduiene, che se il diuisore cotiente nell'vltima figura, cioè nella prima da mano sinistra, vno 1. & tutte l' altre fossero zeri, il cotiente sarà l'istesso numero diuidendo, leuando però prima da detto numero tante figure, quanti sono li zeri del diuisore, v. g. se si hà da diuidere 6579203. per 100000. il cotiente sarà 65. & l'altre figure restano per minutie à tutto il diuisore in questo modo.

$$\frac{79203}{100000}$$

Similmente accade, che nel numero diuidendo vi siano parimente zeri, & occorrendo, che quando si finisce l'operatione, non ve siano più figure significatiue in detto numero diuidendo, all'hora si pigliano tutti detti zeri; & si aggiungono al cotiente, come v. g. si hanno da diuidere 1863000000. per 345. nella seconda operatione si ritrouerà, che non rimangono più figure significatiue nel numero diuidendo, di modo, che non si può fare diuisione alcuna, si pigliano dunque cinque zeri, che restano non operati, & si pōgono al cotiente, il quale riuscirà in questo modo. 5400000.

Et quando aduiene, che tanto al numero diuidendo, quanto al diuisore, vi siano detti zeri, all'hora si leuano tanti zeri dal diuidendo, quanti sono quelli del diuisore, quali similmente si leuano, & poi si diuidono l'altre figure del diuidendo al diuisore, & restando a detta operatione minutie, si pongono conforme al solito, & non occorre aggiungere li zeri a dette minutie, ne al diuisore di sotto, essendo, che hanno l'istesso valore, che se vi fossero, v. g. $\frac{12}{15}$ dette minutie vogliono tanto, quanto se fossero fatte

a questo modo

$$\frac{12000}{18000}$$

conforme se dirà nel seguente trattato del valore, & reduttione di dette minutie.

Fatta la diuisione, bisogna esaminare si stà ben fatta, si come si è fatto in tutte l'altre operationi, si fà dunque la proua nella diuisione in tre modi, il primo è per la regola del 9. con leuare primieramente detti 9. dal diuisore, & il residuo porre a mano sinistra della croce, poi si leuano dal cotiente; & il residuo si pone a mano destra; doppò si multiplicano dette due figure l'vna per l'altra, & dal multiplicato leuando detti 9, il residno si pone sopra la croce; mà se vi fossero minutie, si vnisce detto residuo con dette minutie, & leuandosi li 9. da detto numero, il residuo si pone sopra la croce.

Vltimamente si leuano detti 9. dal numero diuidendo, & il residuo si pone sotto la croce, il quale deue corrispondere con la figura di sopra la croce per eßere ben fatta la diuisione, come v. g. in questo esempio, il zero sotto la croce, corrisponde a quello di sopra, però è segno, che stà ben fatta la diuisione.

```
  22
  20478
  56430 | 1567 1/3 8/6
  36666 |
   333
```

La seconda regola è quella del 7 la quale si fà dell'isteßo modo, cioè con l'isteßo ordine, conforme si è fatta questa del 9. si leuano prima li 7. del numero diuisore; v. g. in

detto

detto essempio, se diria, da 36 leuati li 7. resta vno, si fà detto vno a mano sinistra della croce, poi dal cotiente, & se diria, da 15. leuate il 7. resta vno, poi da 16. restano due, vltimamente da 27. restano 6. da porsi a mano destre della croce, & multiplicando l'vno con il 6. faria similmente sei; mà perche ci sono le minutie, reseruando detto 6. & leuati da 18. di minutie li 7 restano 4. quali, poi si vniscono con il sei riserbato, che fanno dieci, dalli quali leuate 7. restano 3. da porsi sopra la croce, di modo, che in detto essempio la proua del 7. riuscirà in questo modo, & è segno, che è ben fatta la diuisione.

3
1)(6
3

Il terzo essame si fà in questo modo, cioè si multiplica il cotiente, & il diuisore frà di se, al quale numero si aggiungono le minutie, (se vi sono) che darà l'istesso numero che è stato diuiso, se però sarà ben fatta la diuisione, & detta regola è veramente infallibile, & questo quanto si può dire circa la diuisione.

TRATTATO SECONDO
De' Numeri, ouero Minutie.

Numeratione de numeri rotti. Cap. I.

SIno adesso habbiamo trattato delli numeri intieri, imparando il numerare, l'assummare, il sottraere, il multiplicare, & il diuidere, & circa le operationi di detti numeri intieri è di bisogno essere molto bene essercitato, chi desidera seguitare auanti in det-

la Aritmetica, che altrimente non occorre ad affatticarsi in quest'altri seguenti Trattati. Si come dunque habbiamo trattato di detti numeri intieri, trattaremo similmente del numerare, dell'aßummare, del sottraere, del multiplicare, & del diuidere li numeri rotti, essendo, che occorrono nella commune pratica de' negotij trattaremo dunque in questo Capitolo della numeratione di detti numeri rotti.

Primieramente bisogna presupporre, che numero rotto non vuol dire altro, che qualche parte, de qualche numero intiero diuiso, della quale parte, si hanno da fare più parte rotte, & eguali, conforme al diuisore, come v. g. 20. spartiti a 6. tocca 3. per ciascheduno, & due restano da farnesi sei parte eguali, conforme è il diuisore; benche al presente non si chiama più diuisore, mà si bene denominatore, perche denomina, ouero dichiara, che detti numeri si hanno da spartire in tante parte eguali, conforme è esso denominatore; così ancora detto numero rimasto, che stà sopra a detto denominatore, se chiama numeratore, perche hà da numerare detti numeri in tante parti eguali, conforme è stato diuiso il numero diuidendo, si pronunciano poi dette minutie in questo modo v. g $\frac{3}{4}$ tre quarti $\frac{2}{3}$ due terzi $\frac{5}{7}$ cinque settime $\frac{3}{5}$ tre quinte $\frac{2}{6}$ due sesti $\frac{3}{8}$ tre ottaue $\frac{26}{38}$ vintisei trigesime ottaue, & così tutte l'altre.

Il valore poi di dette minutie può crescere in due maniere, la prima con crescere il numeratore, sopra l'istesso denominatore come v. g. $\frac{3}{7}$ tre settime, sarà di più valore, se si farà $\frac{4}{7}$ quattro settime, l'altro modo è minuire il denominatore sotto l'istesso numeratore, v. g. $\frac{4}{8}$ quattro ottaue, si farà maggiore, se si farà $\frac{4}{6}$ quattro sesti; così similmente si fanno dette minutie di minor valore in due

mo-

modi, il primo è con mancare il numeratore sopra l'istesso denominatore, come v. g. $\frac{3}{5}$ tre quinte, saranno di minor valore, facendo $\frac{2}{5}$ due quinte, il secondo modo è crescere il denominatore sotto l'istesso numeratore, v. g. $\frac{4}{6}$ quattro sesti, si farà minore con fare $\frac{4}{8}$ quattro ottaue; mà sì occorresse, che tanto il denominatore, quanto il numeratore fossero eguali v. g. $\frac{2}{2}$ $\frac{3}{3}$ $\frac{5}{5}$ all'hora dette minutie vagliono per vno integro di spartirsi al denominatore, come del due, toccaria vno per vno, così del 3. &c.

Et perche molte volte può occorrere, che vno non sappia quale minutia sia maggiore dell'altra, v. g. $\frac{5}{7}$ ò $\frac{6}{8}$ all'hora si fà in questo modo, si multiplicano dette minutie in croce, & il multiplicato si pone sopra dette minutie multiplicata, & quella minutia, che hauerà più numero di sopra, sarà maggiore, conforme si può vedere in questi esempij.

40		42		16		18		45		60
$\frac{5}{7}$	✕	$\frac{6}{8}$		$\frac{2}{3}$	✕	$\frac{6}{8}$		$\frac{3}{5}$	✕	$\frac{12}{15}$

Si vede nel primo esempio, che vi sono due minutie, cioè $\frac{5}{7}$ & $\frac{6}{8}$ si multiplica dunque il 5. della prima minutia con l'otto della seconda, & se dice 5. via 8. sono 40. se pongono detti 40. sopra al 5. poi se dice 6. via 7. sono 42. si pongono detto 42. sopra il 6. come già vedi fatto, & così stà similmente fatto nell'altri esempij, & così si fà sempre.

Per facilitare tanto la numeratione di dette minutie, quanto tutte l'altre operationi, che circa esse habbiamo da fare, bisogna ridurre dette minutie con suoi denominatori nel minore numero, che si può, remanendo però

con

con l'istesso valore, che prima hauendo v. g. $\frac{50}{100}$ cinquãta centesime, si possono ridurre a vno dimidio, cioè a questa $\frac{1}{2}$ che l'istesso, così ancora $\frac{12}{36}$ dodeci trigesime seste, si riducono à questa $\frac{1}{3}$ & similmente $\frac{16}{48}$ sedeci quadragesime ottaue a questa $\frac{1}{3}$ & così tutte l' altre sempre, che si può fare, & all'hora si può fare, quando tanto il denominatore, quanto il numeratore si possono diuidere in più parti, come $\frac{6}{24}$ a $\frac{1}{4}$ & $\frac{14}{35}$ a $\frac{2}{5}$ altre poi non si possono ridurre come $\frac{5}{15}$ $\frac{9}{17}$, $\frac{11}{35}$ & simili, & in tal caso non si mouino.

Di modo, che bisogna subito dare l'occhio, & vedere in quante parti eguali si può diuidere il numeratore, & poi vedere se il denominatore similmente si può diuidere in tante parti, ò in qualcheduna di quelle, & in quella minima quantità, che si possono diuidere, in quella si diuide v. g. nelli sopradetti esempij $\frac{6}{24}$ il 6. numeratore si può diuidere in 6. parti eguali, in due, & in tre, poi si vede, che il 24. denominatore si può diuidere similmente in 6. parti, & si potria anco diuidere in due, & in tre, mà si deue pigliare la più minima quantità, che è quella de 6. & così viene detta minutia ridotta ad $\frac{1}{4}$ che è dell'istesso valore de prima, & già il 4 è la sesta parte del 24. conforme l'vno è la sesta parte del 6. & il simile si vede in tutti l'altri esempij.

Detto modo è assai esato dalli Aritmetici, per cognore facilmente il valore di dette minutie, & per fare tutte l'altre operationi necessarie, si che non bisogna giudicare subito errore, vedendo detti libri d'Aritmetici, & scorgendo, che in detti esempij, benche li numeri intieri parino beue diuisi, nondimeno nelle minutie pare errore, perche dette minutie saranno già ridotte in minore figure, & però non si deue giudicare errore.

Quan-

Quando poi si hanno a numerare dette minutie de più quantità de numeri, si forsi per assummare insieme dette minutie, ouero per sottraerle è di bisogno ridurle ad vno denominatore, retenendo sempre l'istesso valore, poiche altrimente è impossibile potersi fare operatione alcuna v.g. $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{1}{6}$ *dette minutie non si possono numerare per hauere diuersi denominatori, per ridurle dunque ad vno denominatore si fà in questo modo, si multiplica il 3. numeratore primo con il 5. denominatore, che gli corrisponde in croce, & la summa si pone sopra al detto primo numeratore 3. poi si multiplica il 2. numeratore con il 4. denominatore, che gli corrisponde in croce, & il multiplicato si pone similmente sopra detto numeratore 2. conforme già vedi in detto fatto esempio, fatto questo, si multiplica li due denominatore insieme, cioè il 4. con il 5. che summano 20. & detto 20. serue per denominatore delli 15. & dell'otto, di modo, che dette minutie verrebono astare in questo modo.*

15		8
$\frac{3}{4}$	X	$\frac{2}{5}$

$\frac{15}{20}$ $\frac{8}{20}$

Quando poi occorre, che siano più minutie da redursi sotto vno denominatore, all'hora si fà in questo modo, si multiplicano tutti li denominatori di dette minutie, v.g. in queste minutie $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{5}$ *multiplicati li denominatori frà di se summano 120. perche due via 3. sono 6. & 4. via 6. sono 24. & 5. via 24. sono 120. doppò detti 120 se diuidono con il primo denominatore 2. che fanno 60. multiplicati poi detti 60. per il numeratore, che stà sopra a detto 2. che è vno, se dice vno via 60 fà 60. si fà dunque* $\frac{60}{120}$ *sessanta sopra al 120. per la prima minutia, poi si sparteno detti 120. al 3. secondo denominatore, che fanno 40. detti 40. multiplicati per il due di sopra al 3. fan-*

fanno 80. si fà dunque $\frac{80}{120}$ ottanta sopra al 120. per la seconda minutia, doppò detti 120. si diuidono a 4. che fanno 30. quali multiplicati per il 3. di sopra al 4. summano 90. si fà $\frac{90}{120}$ nouanta sopra al 120. per la terza minutia, poi si diuidono detti 120. al 5. che faranno 24. & multiplicati per l'vno di sopra a detto 5. fà similmente 24. si pongono dunque $\frac{24}{120}$ per la quarta minutia, di modo, che dette quattro partite veriano a questo modo, $\frac{60}{120}$ $\frac{80}{120}$ $\frac{90}{120}$ $\frac{24}{120}$ & si potriano porre con minore denominatore in questo modo. $\frac{30}{60}$ $\frac{40}{60}$ $\frac{45}{60}$ $\frac{12}{60}$

Fatto questo facilmente dette minutie si possono numerare, assummare, & sottraere conforme si vuole, & dechiariremo appresso trattando di ciascheduna di dette operationi.

Additione, ouero assummatione de numeri rotti. Cap. II.

E di bisogno prima aduertire, che quando le minutie arriuano al suo denominatore vagliono per vno intiero, come v.g. $\frac{5}{5}$ $\frac{6}{6}$ di modo, che radunando più minutie insieme, quante volte cape il dominatore in dette minutie, per tanti numeri integri vagliono, come con esẽpij dimostraremo appresso.

Quando dunque le minutie si sono redutte sotto eguali denominatori, all'hora si radunano insieme dette minutie in vna summa con vno denominatore, v.g. si hanno da assummare queste minutie $\frac{3}{12}$ $\frac{4}{12}$ $\frac{5}{12}$ radunate insiesieme le minutie, summano 12. & verriano in questo modo $\frac{12}{12}$ doue si vede, che sono eguali le minutie assummate al denominatore, però dette minutie vagliono per vno intiero, come poi si habbi da fare, che le minutie habbino

vno egnale denominatore, & con eguale valore, già l' habbiamo detto nel Capitolo antecedente.

Quādo poi occorreße, che il denominatore foße più aßai, che non è il numeratore, all' hora vale per tanti numeri intieri, quante volte detto numeratore cape in detto numeratore; è per maggior chiarezza mostraremo questo con più esempij.

Vi sono v.g. da aßummare queste minutie, si pongono prima sotto vno denominatore, & verriano dette minutie a questo modo $\frac{8}{12}$ $\frac{9}{12}$ poi si aßummano, & si dice 8. & 9 fanno 17. si pongono 17. sopra al 12

$\frac{8}{}$ $\frac{9}{}$
$\frac{2}{3}$ ✕ $\frac{3}{4}$
12

in questo modo, $\frac{17}{12}$ mà perche le minutie non solo entrano vna volta nel denominatore 12 mà ancora ci auanzano 5 però detto 5. si pongono per minutie, di modo, che dette minutie aßummate insieme vagliono per vno intiero, & restano 5. de minutie, si che la summa di dette minutie saria questa, cioè 1 $\frac{5}{12}$ & se il denominatore doppò l'aßummatione foße v.g. in questo modo, $\frac{30}{12}$ detta summa de minutie valeria per due integri, & restariano 6. di minutie, di modo, che verriano à questo valore 2 $\frac{6}{12}$ ouero 2 $\frac{1}{2}$ che è l'isteßo.

Et se per sorte se haueßero da aßummare queste minutie, cioè $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{5}{7}$ all'hora se haueriano prima da porre tutte dette partite sotto vno denominatore eguale, conforme la regola insegnata nell'antecedente capo, ouero se potria ancora fare apunto come si fà quando sono due partite, & doppò, che dette due partite sono aßummate insieme fare l' isteßa operatione con la terza partita, & così poi con la quarta, &c. di modo, che in detto esempio verria l' operatione con le due prime partite in questo modo $\frac{17}{12}$ & poi detta partita operata con la terza, cioè con le

$\frac{4}{5}$ *ren-*

$\frac{4}{5}$ renderia le minutie a questo modo $\frac{133}{60}$ & operando poi questa partita con le $\frac{5}{7}$ renderia le minutie a questo modo $\frac{1231}{420}$ che è l'istesso, che $2\frac{391}{420}$

Quando poi si hanno da assummare minutie con nume ri integri, ouero integri, & minutie, con altri integri, & minutie, si fà in questo modo, v. g. 5. si hà da assummare con $\frac{3}{4}$ verria la summa de $5\frac{3}{4}$ cinque, & tre quarti insieme, ouero 9. & $\frac{4}{5}$ si faria $9\frac{4}{5}$ così ancora se si hauesse da assummare $7\frac{2}{5}$ con $5\frac{3}{5}$ verria $12\frac{5}{5}$ è perche la minutia arriua al denominatore se faria 13. senza minutia. Così parimente $15\frac{6}{12}$ con $13\frac{8}{12}$ fariano $28\frac{14}{12}$ ouero $29\frac{2}{12}$ perche la minutia soprauanza il dominatore in due, & così si aggiungono tutte l'altre, mà il tutto consiste, che le minutie siano messe prima sotto vno eguale denominatore.

La pruoua, che si fà in detta operatione è la sottrattione, cioè sottratta vna minutia aggionta, resterà l'altre se non si è errato, come v. g. $7\frac{2}{5}$ con $5\frac{3}{5}$ summano $12\frac{5}{5}$ da detto numero leuando $5\frac{3}{5}$ resterà $7\frac{2}{5}$ così ancora da queste minutie $\frac{3}{5}$ & $\frac{5}{6}$ operando conforme la regola, si farà questa minutia $\frac{70}{30}$ cioè $2\frac{10}{30}$ dal quale numero leuando $\frac{3}{5}$ restarà $\frac{5}{6}$ mà come si facci detta sottrattione, lo diremo nel seguente Capo.

Sottrattione de numeri rotti.
Cap. III.

QVando le minutie minori, si hanno da sottraere dalle maggiori, hauendo vno denominatore, si sottraeno facilmente, v. g. da $\frac{7}{12}$ leuate $\frac{4}{12}$ resta $\frac{3}{12}$ è quando non hanno eguale denominatore, si fanno eguali conforme si è detto nel primo capo, & così poi si sottrae subito

là

la minore dalla maggiore, v. g. $\frac{4}{5}$ & $\frac{3}{6}$ se riducono a questo modo $\frac{24}{30}$ $\frac{15}{30}$ leuati li 15. da 24 restano $\frac{9}{30}$

Et quando occorre leuare le minutie da qualche numero integro, all'hora si piglia vno numero integro, & se ne fà minutie, & poi si fà la sottrattione, v. g. si hà da leuare da 8. $\frac{3}{5}$ si leua vno da 8. & restano 7. & di detto vno se ne fà minutie, cioè $\frac{5}{5}$ dalle quali leuate $\frac{3}{5}$ restano $\frac{2}{5}$ & verria l'esempio $7\frac{2}{5}$

Altre volte occorre leuare integri, & minutie da vna partita de integri, come v. g. da 25. leuate $5\frac{3}{5}$ primieramente si leuano li 5. da 25. & restano 20. poi si piglia vno, e restano 19. & di detto vno si fà minutie $\frac{5}{5}$ delle quali sottratte $\frac{3}{5}$ restano $\frac{2}{5}$ di modo, che la sottrattione resteria a questo modo $19\frac{2}{5}$

Occorre similmente leuare da numeri integri con minutie, altri integri, & minutie, v. g. da $24\frac{6}{18}$ leuate $9\frac{4}{10}$ bisogna vedere prima quale minutia sia maggiore conforme la regola sopra data, & vedendo, come in questo esempio, che la minutia detraendo sia maggiore, & che perciò non si può sottraere dalla minore, doppò leuati li 9. da 24. che restano 15. si piglia vno, che restano 14 & di detto vno si fà minutie, di modo, che verria l'esempio in questo modo $14\frac{18}{18}$ & aggiuntoui li sei, fariano $\frac{24}{18}$ dette poi minutie se haueriano da ridurre sotto vno eguale denominatore, conforme si è detto di sopra insieme con le $\frac{4}{10}$ & dipoi la minutia minore si sottraeria delle maggiore di modo, che l'esempio verria in questo modo $14\frac{168}{180}$ perche multiplicati li denominatori frà di se, cioè 18. & 10. summano 180. & multiplicate le minutie in croce con li denominatori; la prima summaria 240. & la seconda 72. quale sottratta dalla prima restano 168. & leuando 9. da 23. restano $14\frac{168}{180}$.

Quan-

Quando poi occorre sottraere vno numero minore con minutia minore, da vno numero maggiore con minutia maggiore, all'hora si fà facilmente; Aduertendo però sẽpre di ridurre le minutie sotto eguale denominatore, conforme più volte si è detto.

La proua di detta sottrattione, si fà per l'additione, cioè aggiungendo la minutia rimasta nella sottrattione, alla minutia sottratta, che rendera l'istessa minutia, dalla quale è stata fatta la sottrattione, se però non si è fatto errore; come v. g. sottraendo da $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{7}$ *restarà* $\frac{5}{21}$ *a quali aggiungendoui* $\frac{3}{7}$ *summano* $\frac{98}{147}$ *che è l'istesso che* $\frac{2}{3}$ *così ancora da* $\frac{3}{4}$ *leuate* $\frac{7}{9}$ *restarà questa minutia* $\frac{1}{36}$ *alla quale aggiungendo* $\frac{3}{4}$ *summaranno* $\frac{112}{144}$ *che è l'issesso, che* $\frac{7}{9}$

Multiplicatione de numeri rotti. Cap. IV.

LA multiplicatione de detti numeri rotti facilmente si fà con multiplicare frà di se detti numeri, ouero li numeratori, & il simile si fà con li denominatori, come v. g. $\frac{5}{8}$ *per* $\frac{6}{9}$ *summano* $\frac{30}{72}$ *mà quando si hauesse da fare detta multiplicatione per qualche numero integro, v. g. vno proponesse douersi multiplicare* $\frac{3}{4}$ *per 6. all'hora si ponerià vno sotto al 6. facendo di detto 6. minutie di modo, che si haueriano a porre in questo modo* $\frac{6}{1}$ $\frac{3}{4}$ *& multiplicato il 6. con il 3. summano 18. & li denominatori sono 4. perche vno via 4. fà 4. & si a dette minutie vi fossero numeri integri, di detti numeri, si fariano minutie, v. g. 7. per 4*$\frac{2}{3}$ *si faria in questo modo* $\frac{7}{1}$ *per* $\frac{14}{3}$ *multiplicando poi li 7. per 14. summano 98. & multiplicati li denominatori vno via 3. fà 3. di modo, che la multiplicatione saria à questo modo* $\frac{98}{3}$ *cioè 32*$\frac{2}{3}$ *il simile si fà in*

que-

quest'altro esempio v. g. $4\frac{2}{3}$ *per* $3\frac{2}{5}$ *mà adesso tutti detti integri si fariano minutie, & verriano in questo modo* $\frac{14}{3}$ *per* $\frac{17}{5}$ *& multiplicate insieme, summariano* $\frac{238}{15}$ *cioè* $15\frac{13}{15}$.

La pruoua di detta multiplicatione, si fà per la diuisione, cioè diuiso detto multiplicato per vno numero rotto multiplicante, necessariamente nel cotiente darà l'altra minutia, per la quale si è fatta la multiplicatione, v.g. $\frac{1}{2}$ *multiplicato per* $\frac{4}{7}$ *farà* $\frac{4}{14}$ *quale summa se si diuide per* $\frac{1}{2}$ *darà al cotiente* $\frac{4}{7}$ *ouero diuiso per* $\frac{4}{7}$ *darà* $\frac{1}{2}$ *conforme diremo nel seguente capo.*

Diuisione de numeri rotti. Cap. V.

D*Etta diuisione, si farà facilmente, facendo a punto, conforme si è fatto nella multiplicatione, cioè multiplicando tanto li numeratori, quanto li denominatori frà di se, mà con questa differentia, che il diuisore si pone al contrario, cioè il numeratore di sotto, & il denominatore di sopra, come v. g.* $\frac{2}{3}$ *per* $\frac{2}{7}$ *se poneriano a questo modo* $\frac{2}{3}$ *per* $\frac{7}{2}$ *& multiplicato il 2. con il 7. fanno 14. & multiplicato il 2. con il 3. che stanno di sotto, fanno 6 è fatta dunque la diuisione, & viene a questo modo* $\frac{14}{6}$ *cioè* $2\frac{2}{6}$ *& detto numero è il cotiente; Così similmente si fà, quando si fà diuisione de integri per minutie, con porre vno sotto l'integro, così similmente si fà la diuisione quando si hà da fare da integri con minutie per integri, & minutie, conforme si può vedere nella presente tabella, doue si pongono tutti li modi da fare detta diuisione.*

Così ſi pongono gli eſempij.

					Cotienti		
8	*per*	$\frac{3}{5}$	$\frac{8}{1}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{40}{3}$	*cioè*	$13\frac{1}{3}$
7	*per*	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{1}$	$\frac{3}{11}$	$\frac{21}{11}$	*cioè*	$1\frac{10}{11}$
$\frac{4}{7}$	*per*	5	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{35}$		
$\frac{3}{4}$	*per*	$6\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{13}{1}$	$\frac{39}{4}$		
$6\frac{2}{3}$	*per*	$\frac{4}{6}$	$\frac{20}{3}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{120}{12}$	*cioè*	12
$5\frac{1}{2}$	*per*	$3\frac{2}{5}$	$\frac{11}{2}$	$\frac{5}{17}$	$\frac{55}{34}$	*cioè*	$1\frac{16}{34}$
$6\frac{1}{2}$	*per*	$5\frac{2}{7}$	$\frac{13}{2}$	$\frac{7}{35}$	$\frac{91}{70}$	*cioè*	$1\frac{14}{18}$
$\frac{4}{9}$	*per*	$\frac{2}{8}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{8}{2}$	$\frac{32}{18}$		

Si può fare ancora detta diuiſione ſenza mutare il diuiſore; mà baſteria multiplicare il numeratore della minutia diuidenda, con il denominatore della minutia del diuiſore, che ſaria l'iſteſſo; mà conforme al modo detto, ſtà più chiaro.

La proua di detta operatione, ſi fà per la multiplicatione, cioè con multiplicare le minutie del cotiente con il diuiſore, & renderà l'iſteſſa minutia diuiſa, come v. g. il cotiẽte di detta diuiſione fatta nel primo eſempio è $\frac{40}{3}$*, detto cotiente ſi multiplica con il diuiſore, che è* $\frac{3}{5}$ *& fãno la ſumma di 120. minutie, & il denominatore ſarà 15 di modo, che verria a queſto modo* $\frac{120}{15}$ *cioè 8. che è il numero diuiſo, & però ſtà ben fatta la diuiſione.*

Così ancora multiplicati li $\frac{21}{11}$ *del cotiente con li* $\frac{3}{2}$

del

del diuisore, summano $\frac{2}{3}\frac{3}{3}\frac{1}{3}$ che è l'istesso, che 7. quali habbiamo diuisi, & così sono tutti l'altri, & questo è quã to occorre circa la diuisione.

Dal detto modo di diuidere dette minutie, ne nasce subito vno dubbio alle persone principianti, & è, che fatta la diuisione, si vedono essere maggiore le parti, che non il numero diuiso, cosa assai contraria di quello si vede nel diuidere li numeri integri, & la raggione stessa dimostra, che le parti non possono essere maggiori del tutto, & il contrario nondimeno si vede in dette minutie, v. g. diuiso $\frac{1}{3}$ per $\frac{3}{7}$ sarà il cotiente $\frac{7}{9}$ che è maggiore de $\frac{1}{3}$ l'istesso dubbio aduiene nella multiplicatione di detta minutie, poiche il multiplicato, viene minore delle parti multiplicãti, come v. g. multiplicati $\frac{2}{3}$ per $\frac{3}{5}$ sarà il multiplicato $\frac{6}{15}$ quale è minore delle parti multiplicate, nondimeno a questo dubbio si risponde facilmente, cioè, che è differente la natura dell'integri, da quella delle minutie, l'integri quanti più sono, tanto più summa constituiscono; mà le minutie, quanto più si multiplicano, ò diuidono, tanto più picciole vengono, v. g. vn mezzo scuto, in quante più parti si multiplica, ò diuide, tanto più minore parti rende, & così ancora hauendosi da diuidere venti minutie a dieci, tanto più parte maggiore toccarà a ciascheduno, & se si diuidessero a cinque, sempre più anderanno crescendo dette parti di modo, che non è marauiglia alcuna; benche questo caso occorre, quando le operationi si fãno frà minutie, & minutie, ouero frà integri assoluti, & minutie assolute; mà quando dette operationi si fanno frà numeri integri, & numeri integri con minutie, ouero frà numeri integri con minutie, & altri numeri integri con minutie, non occorre detta difficoltà per causa di detti numeri integri, v. g. si se multiplica 3. per $4\frac{2}{3}$ sarà il mul

tiplicato $\frac{4}{3}^{2}$ cioè 14. integri, di modo, che il multiplicato è maggiore per causa dell' integri, così ancora multiplicati $3\frac{2}{3}$ per $4\frac{2}{4}$ saranno $\frac{198}{12}$ cioè $16\frac{6}{12}$ ouero $\frac{1}{2}$ doue si vede che il multiplicato è maggiore; nella diuisione similmente diuisi 6. per $3\frac{1}{2}$ farà al cotiéte $\frac{12}{7}$ cioè $1\frac{5}{7}$ che è minore del numero diuiso; così ancora $4\frac{2}{3}$ per $2\frac{1}{3}$ darà al cotiente $\frac{42}{21}$ che sono due integri, minore similméte numero del diuiso.

Minutie de minutie. Cap. VI.

HAuendo già detto delli numeri intieri, & delle loro minutie; adesso è di bisogno dire qualche cosa delle minutie de minutie, quale nõ sono altro, che minutie fatte ouero, che prouẽgono da altre minutie sẽplici rimaste nelli numeri intieri, v.g. restano in vno numero integro $\frac{4}{7}$ si di detto 4 si facessero otto parti eguali, & di dette otto parti, se ne pigliassero tre, detti tre si chiameriano minutie de minutie, & si anco di dette tre minutie, se ne facessero sei parti eguali, delle quali se ne pigliassero tre, detti tre si dimanderiano minutie de minutie, & si pronuntiariano tre sesti, di tre ottaue, di quattro settime, & si scriueriano in questo modo $\frac{3}{6}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{4}{7}$ l'vltima minutia, cioè la prima fatta, se scriue con la linea solamente, acciò si cognosca, che prouiene dall'altre minutie antecedenti, conforme similmente si vede in questo esempio $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{1}{2}$ & si pronuntia, vno terzo de due quarti, da tre sesti, di vno dimidio, che vuol dire di detto dimidio essersi fatto 6. parti eguali, & pigliatone tre, de quali se sono fatte 5. parti eguali, & pigliatone due, delle quali se ne sono fatte tre parti, e se ne piglia vna, che stà sotto la linea.

Dette minutie de minutie; per sapere il loro valore, ò per hauerle da multiplicare, ò farne altra operatione, se

ridu-

riducono ad vna minutia ſemplice in queſto modo; ſi multiplicano li numeratori frà di ſe, cioè il primo con il ſecõdo, & il ſecondo con il terzo, & così di mano in mano ſino a l'vltimo, & il ſimile ſi fà nelli denominatori, come v.g. $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$ ſe ridurrà a queſta minutia $\frac{2}{12}$ & queſt'altra $\frac{1}{3}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{2}{4}$ ſe ridurrà a queſta $\frac{6}{60}$ così ancora $\frac{2}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{2}{6}$ ſe ridurrà queſta $\frac{8}{360}$ & che ciò ſia vero, ſe queſta minutia de minutia $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{5}$ proueniſſe dalla diuiſione di vno ſcuto, certo è, che $\frac{3}{5}$ ſono 6. giulij, delli quali fattone tre parti, & pigliatone due, ſono 4. giulij, de quali pigliatone tre parti, ſono tre giulij, ai modo, che ſi vede, che l'vltima minutia di minutia contiene tre giulij, & ridotte dette minutie ad vna ſemplice, verria in queſto modo $\frac{18}{60}$ & harebbono l'iſteßo valore, che prima.

Della Inſitione. Cap. VII.

PErche li Aritmetici nelle ſopradette minutie ſi ſogliono ſeruire di queſta regola chiamata inſitione, però acciò detto trattato ſia compito, hò giudicato eſſer neceſſario dechiarare, che coſa ſia detta inſitione. Dico dunque, che inſitione non vuol dire altro, che eſſendo propoſte due ô più minutie, quale vna ſia frattione, ò di tutte l'altre, che li ſeguitano appreſſo, ouero di vna parte di quella; lo aggiungere dette minutie iuſieme, ſe chiama inſitioae, come v.g. $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{5}$ dette tre quarte poßono eſſere, ò minutie di tutte le $\frac{2}{5}$ de quali ſe foßero fatte 4. parti, & poi pigliatone tre, ouero dette tre quarte poßono eßere minutie di vna parte ſola di dette $\frac{2}{5}$ che ſaria $\frac{1}{5}$ del quale ſi fariano 4. parte eguali, de quali ſe ne foſſero pigliate tre, lo aggiungere poi dette tre quarte a $\frac{2}{5}$ ſi chiama inſiſitione.

Similmente ancora venendo proposte più minutie, v.g. $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{3}{7}$ le dette prime fatte, cioè due terzi $\frac{2}{3}$ possono essere minutie di $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{7}$ cioè, che dette $\frac{2}{3}$ contenghino in se due parti del seguente $\frac{1}{4}$ quale prouenghi da $\frac{1}{5}$ & detto prouenghi da $\frac{1}{7}$ si che da $\frac{1}{7}$ si sono fatte cinque parti eguali, & pigliatone vna, che è $\frac{1}{5}$ se ne fà 4. parti, de quali similmente si piglia vna, & si fa $\frac{1}{4}$ quale spartito in 3. parti eguali, se ne pigliano 2. & si fà $\frac{2}{3}$ di modo, che due terzi $\frac{2}{3}$ contengono in se due parti di vno quarto, di vno quinto, di vno settimo, ouero può essere, che dette $\frac{2}{3}$ siano minutie di $\frac{3}{4}$ di $\frac{2}{5}$ di $\frac{3}{7}$ cioè, che di dette $\frac{3}{7}$ se siano fatte 5. parti eguali, & pigliatone 2 & fatto $\frac{2}{5}$ & è di dette $\frac{2}{5}$ fattone 4. parti, & pigliatone 3. per fare $\frac{3}{4}$ de quali fattone 3. parti eguali, se ne siano pigliate 2. per farne $\frac{2}{3}$ & così dette $\frac{2}{3}$ conteneriano in se due terzi di 3. quarte, di due quinte, de tre settime, & l'aggiungere dette minutie insieme, se chiama insitione.

Si caua da questo, che di due modi può essere detta insitione, ò di vna minutia, quale sia minutia di vna parte di tutte l'altre minutie, che gli seguitano appresso, ouero minutia di tutte dette minutie, conforme habbiamo dichiarato, & benche il primo modo sia quello, che serue grandemente alli Aritmetici, poiche con quelle diuidono facilmente li numeri, che contengono in se minutie, conforme mostraremo appresso; nondimeno quiui dichiararemo tutti due modi di detta insitione, per quelli, che desiderano caminare auanti in questa scientia.

Diciamo dunque, che detta insitione pigliata nel primo modo, si fà in questa maniera, v.g. $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ in questo caso si multiplica il numeratore 3 della seconda minutia fatta con il denominatore 3. della prima minutia, al quale multiplicato si aggiunge il numeratore 2. della prima minu-

tia,

tia, di modo, che fariano 11. *a quali si faria il suo denominatore, con multiplicare essi denominatori frà se, che sariano* 12. *di modo, che inserite dette minutie verria l'essempio a questo modo* $\frac{11}{12}$ *il che si proua con la regola dell'additione di sopra detta. Riducendo prima* $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$ *faranno* $\frac{2}{12}$ *quali aggiunti a* $\frac{3}{4}$ *faranno* $\frac{44}{48}$ *cioè* $\frac{11}{12}$ *conforme prima.*

Quando poi si hanno da inserire più minutie insieme, quali siano minutie similmente di vna parte di tutte l'altre seguenti, si fa in questo modo, si multiplica il numeratore dell'vltima minutia con il denominatore della penultima, al quale multiplicato si aggiunge il numeratore da detta penultima, poi tutto detto num. si multiplica con il denominatore della terza minutia, & poi detto numero si multiplica con il denominatore della quarta minutia, & così di mano in mano sino al fine, v.g. queste minutie $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{4}{7}$ *si inseriscono in questo modo, si multiplica il* 4. *numeratore prima da mano destra con il* 5. *denominatore secondo, & summano* 20. *a quali aggiuntoui il* 2. *che sta sopra a detto* 5. *fanno* 22. *detti* 22. *si multiplicano con il* 4. *denominatore terzo, che faranno* 88. *& aggiuntoui il* 3. *di sopra a detto* 4. *fanno* 91. *quali multiplicati per* 3. *denominatore vltimo, faranno* 273. *a quali giunto* 2. *numeratore vltimo, fanno* 275. *quali numeri constituiscono vno numeratore, & il denominatore sarà il multiplicato de tutti li detti denominatori frà se; si che multiplicati* 3. *in* 4 *sono* 12. *&* 12. *in* 5. *sono* 60. *& il* 60. *in* 7. *sono* 420 *di modo, che dette minutie inserite insieme, verriano in questo modo* $\frac{275}{420}$ *ouero* $\frac{55}{84}$.

E che ciò similmente sia vero, si proua per l'istessa regola di additione, poiche ridotte prima dette minutie ad vna sola semplice come le già sopradette $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{7}$ *si riduria*

riauo a queste $\frac{2}{420}$ così similmente ridotte $\frac{3}{4}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{7}$ sariano $\frac{3}{146}$ & vltimamente ridotte $\frac{2}{5}\ \frac{1}{7}$ fariano $\frac{2}{35}$ a dette tre summe aggiunte $\frac{4}{7}$ fariano $\frac{2432500}{14006000}$ che è l'istesso, che $\frac{275}{420}$ ouero $\frac{55}{84}$ quale summa si è ritrouata più facilmente per le regola dell'insitione.

Potrà dunque facilmente cognoscere ciascheduno, che cosa sia insitione, & che sia assai differente dalla ridutione di minutie de minutie ad vna minutia semplice, della quale habbiamo detto nel capitolo antecedente, poiche con questa riducendosi, v. g. $\frac{2}{3}\ \frac{3}{4}$ se riducono a questa $\frac{6}{12}$ mà si se inserissero verriano a questo modo $\frac{11}{12}$ se però dette $\frac{2}{3}$ fossero minutie di vna parte delle $\frac{3}{4}$ conforme habbiamo trattato sino adesso; perche se le $\frac{2}{3}$ fossero minutie di tutte le $\frac{3}{4}$ verriano inserite in questo modo $\frac{15}{12}$ conforme diremo appresso.

Si è quiui similmente da aduertire, che in detta prima insitione, non bisogna ridurre le minutie de minutie in minori numeri, se non doppò fatta detta insitione, perche altrimente si farà errore, come v. g. si se fossero da inserire queste minutie de minutie $\frac{2}{4}\ \frac{5}{10}$ certo è, che verriano a questo modo $\frac{22}{40}$ mà si se riducessero a minori numeri v. g. $\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}$ verriano $\frac{3}{4}$ quale minutia è assai diuersa dalla prima; mà fatta poi l'operatione, si possono ridurre a minori numeri, come dette $\frac{12}{40}$ a questi $\frac{11}{20}$.

E da sapere similmente, che detta operatione de insitione, della quale sin'adesso habbiamo parlato, qualsiuoglia summa, che si collige da dette minutie de minutie, mai può arriuare al valore de vno integro, poiche tutte le minutie prouengono da vna minutia semplice, ouero da vna parte di essa, & così inserite tutte dette minutie, benche fossero mille, mai saranno di più valore, della detta minutia, dalla quale prouengono.

E perche detta regola de insitione serue per sapere facilmente diuidere li numeri integri, che contengono minutie, per altri nnmeri integri, per questo, acciò si veda l'eccellenza di detta regola lo dimostraremo con esempij, si hà v.g. da diuidersi $30\frac{1}{4}$ per 8. certo è, che diuisi li 30. ad 8. darà al cotiente $3\frac{6}{8}$ si hà poi da diuidere il $\frac{1}{4}$ per 8. & aggiungere al detto cotiente, & diuiso detto $\frac{1}{4}$ faria $\frac{1}{4}$ di vna ottaua, a punto come se si diuidesse 1. per 8. faria $\frac{1}{8}$ inserite poi le dette due minutie $\frac{1}{4}$ con le $\frac{6}{8}$ fariano $\frac{25}{32}$ di modo, che verria detta diuisione, fatta in questo modo $3\frac{25}{32}$ & per farla più facilmente si pone il diuisore 8. sotto al 30. & auanti detto 30. si pone $\frac{1}{4}$ in questo modo $\frac{1}{4}$ $\frac{30}{8}$ inseriti detti due numeri insieme faranno $\frac{121}{32}$ cioè $3\frac{25}{32}$ conforme prima, si che resta detta diuisione fatta facilmente, & si proua, che sia vero, per l'istessa regola della diuisione, poiche deuisi $30\frac{1}{4}$ per 8. darà al cotiente $\frac{121}{32}$ cioè $3\frac{25}{32}$ che è l'istesso.

Diuidiamo similmente $200\frac{2}{5}$ per 12. & diuisi prima li 200. per 12. darà al cotiente $16\frac{8}{12}$ diuisi poi $\frac{2}{5}$ per 12 faranno $\frac{2}{5}$ di vno duodecimo, inserite poi dette $\frac{2}{5}$ con le $\frac{8}{12}$ faranno $\frac{42}{60}$ di modo, che la diuisione verria in questo modo $16\frac{42}{60}$ mà più facilmente si farà con porre li 12. sotto alli 200. & le $\frac{2}{5}$ auanti in questo modo $\frac{2}{5}$ $\frac{200}{12}$ inseriti detti numeri insieme, faranno $\frac{1002}{60}$ cioè $16\frac{42}{60}$ che è l'istesso, il simile riesce per la regola della diuisione, poiche diuisi detti $200\frac{2}{5}$ per 12. darà al cotiente $\frac{1002}{60}$ cioè $16\frac{42}{60}$.

Così ancora diuidiamo $100\frac{2}{7}$ per 10. diuisi li 100. alli 10. farà al cotiente 10. diuisi poi $\frac{2}{7}$ per 10. saranno $\frac{2}{7}$ di vna decima, qual $\frac{2}{7}$ inserite a $\frac{0}{10}$ faranno $\frac{2}{70}$ doue nota, che non essendo restate minutie, nel diuidere li 100 a 10. però inserendo le $\frac{2}{7}$ alli 10. si fà al detto 10. vno ze-

ro di sopra, denotando non hauere minutie, & detto zero si vnisce con il 7. che fanno 70. & verria il contiente in questo modo 10 $\frac{\;2}{0\;7}$ & per farle più facilmente poniamo ll 10. sotto il 100. & li $\frac{2}{7}$ auanti in questo modo $\frac{2}{7}$ $\frac{1\;0\;0}{1\;0}$ quali inseriti insieme, faranno $\frac{7\;0\;2}{7\;0}$ cioè 10 $\frac{2}{0}$ che è l'istesso, il che si proua similmente per la regola della diuisione, poiche diuisi 100 $\frac{2}{7}$ per 10. darà al cotiente $\frac{7\;0\;2}{7\;0}$ cioè 10 $\frac{2}{7\;0}$.

Siche si vede quanto sia eccellente detta regola per diuidere numeri integri con minutie per altri numeri integri.

L'altro modo di fare detta insitione, quando vna minutia de minutie è tale a rispesto di tutte l'altre minutie, che gli succedono, si fà in questa maniera, proposte due di dette minutie, v.g. $\frac{2}{5}$ & $\frac{3}{7}$ si multiplica il numeratore 3. con il 5. denominatore della seguente minutia, che summano 15. poi si multiplicano li numeratori frà di essi, che fanno 6. quali si aggiungono alli 15. che fanno 21. quali seruono per numeratore; poi se gli fà il denominatore, con multiplicare li detti denominatori frà di se, che summano 35. di modo, che dette minutie vengono inserite a questo modo $\frac{2\;1}{3\;5}$ & che ciò sia vero, si proua per la regola dell'additione, poiche ridotte prima dette minutie $\frac{2}{5}\frac{3}{7}$ faranno $\frac{\;6}{3\;5}$ conforme la regola della riduttione di dette minutie di minutie, cioè con multiplicare solamente li numeratori frà di se, & poi li denominatori; gionti poi $\frac{\;6}{3\;5}$ a $\frac{3}{7}$ faranno $\frac{1\;4\;7}{2\;4\;5}$ che è l'istesso, che $\frac{2\;1}{3\;5}$ conforme già si era fatto.

Quando vi sono più minutie di quest'istessa qualità da inserire, v.g. $\frac{2}{3}\frac{3}{4}\frac{2}{5}\frac{4}{7}$ all'hora si multiplica il 4. numeratore con il 5. seguente denominatore, che fariano 20. poi multiplicati li due numeratori, cioè il 4. con il 2. antece-

den-

dente fanno 8 quali agiunti alli 20. fanno 28. detti 28. si multiplicano con il terzo denominatore, cioè con il 4. seguente, che summano 112. alli quali si aggiunge il multiplicato da farsi delli tre numeratori, cioè 3. 2 4. che fanno 24. & gionti à detti 112. summano 136. quali multiplicati per il 3. vltimo denominatore, fanno 408. a quali aggiunto il multiplicato da farsi de tutti li numeratori, 2 3. 2. 4 che sono 48. summano 456. quali seruono per numeratore, & il loro denominatore sarà il multiplicato da farsi di tutti detti denominatori frà di se, 3. 4. 5. 7 quali fanno 420. di modo, che inserite $\frac{2}{3}$ *di* $\frac{3}{4}$ *di* $\frac{2}{5}$ *di* $\frac{4}{7}$ *viene detta insitione in questo modo* $\frac{456}{420}$ *cioè* $1\frac{36}{420}$ *ouero* $\frac{3}{35}$ *& si proua parimente per la regola dell'additione, poiche ridotte primieramẽte dette minutie de minutie, cioè* $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{4}{7}$ *ad vna minutia sẽplice, verria in questo modo* $\frac{48}{420}$ *& ridotte similmente queste* $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{4}{7}$ *faranno* $\frac{24}{140}$ *& poi* $\frac{2}{5}$ $\frac{4}{7}$ *fanno ancora* $\frac{8}{35}$ *dette dunque tre minutie* $\frac{48}{420}$ $\frac{24}{140}$ $\frac{8}{35}$ *se si aggiungono a* $\frac{4}{7}$ *si farà questa minutia* $\frac{15640800}{14406000}$ *cioè* $1\frac{1234800}{14406000}$ *quali ridotti à minori numeri è l'istesso, che* $1\frac{3}{35}$ *benche con molta più facilità se sia fatta detta operatione per la insitione.*

Si è da auertire, che in questa seconda regula de insitione, si poßono ridurre dette minutie de minutie à minori numeri auanti, che si facci l'operatione, perche essendo vna minutia, minutia de tutte le minutie, che gli seguono appresso, ne viene, che sempre detta minutia è dell'istesso valore, v.g. si hà da inserire $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{8}$ *verriano* $\frac{28}{32}$ *cioè* $\frac{7}{8}$ *dell'istesso modo sarà, si se douesse inserire* $\frac{3}{4}$ *a* $\frac{1}{2}$ *poiche fariano* $\frac{7}{8}$ *come prima, il che non adui ene nella prima regola, perche essendo vna minutia, minutia solamẽte d'una parte della minutia sußequente, si variaria il valore, poi che cosa differente è essere minutia di vna ottaua, che di*

vno

vno dimidio, conforme già si è dimostrato.

Pratica de numeri integri, & minutie. Cap. VIII.

HAuendo già detto delli numeri integri & minutie & delle minutie de minutie, acciò la persona si possa essercitare in detti numeri, però andarè mo proponendo alcuni dubbij pratici de numeri integri, & minutie, acciò dall' essercitio di questi si possino facilmente scioglière gl'altri nell'occorrenze.

Dub. 1. Si dimanda, quale sia quel numero, dal quale sottratto 39. *habbiano da restare* 105. *& quale sia quello dal quale sottratto* $\frac{2}{3}$ *habbia da restare* 12$\frac{2}{5}$ *detti, & simili dubbij, si sciogliono per la regola dell'additione; si che aggiunti* 39. *a* 105. *fanno* 144. *quali sono il numero, che si cercaua, poiche da detto numero, leuati* 39 *restano* 105. *al secondo si fà dell' istesso modo, giunto* $\frac{2}{3}$ *à* 12$\frac{2}{5}$ *(conforme habbiamo detto trattando delle minutie) & faranno* $\frac{16}{15}$ *cioè* 1$\frac{1}{15}$ *quale aggiunto a* 12. *sono* 13$\frac{1}{15}$ *& questo è il numero, dal quale leuato* $\frac{2}{3}$ *restano* 12$\frac{2}{5}$.

Dub. 2. Si dimanda qual numero si può sottraere da 85. *acciò resti* 37. *& da quel numero si può sottraere* 2$\frac{1}{3}$ *acciò restino* $\frac{3}{7}$ *simili questioni si sciogliono per la sottrattione, poiche sottratti* 37. *da* 85. *restano* 8. *che sarà il numero, il quale sottratto da* 85 *restaranno* 37. *così ancora sottratto* $\frac{3}{7}$ *da* 2$\frac{1}{3}$ *restarà* 1$\frac{19}{21}$ *quale è il numero del quale sottratto* 2$\frac{1}{3}$ *restarà* $\frac{3}{7}$.

Dub. 3. Si dimanda qual numero sia quello al quale giunto 38 *facci* 142. *& qual sia quello, al quale giunto* 7[illegible] *facci* 18$\frac{1}{2}$ *simili dubbij si sciogliono per la sottrattio-*

ne,

ne, poiche sottraendo da 142. *li* 38 *restando* 104. *al quale numero, giunto* 38. *fanno* 142 *di modo, che detti* 104. *sono il numero quesito. Così ancora sottratti* $7\frac{2}{7}$ *da* $18\frac{1}{2}$ *restano* $11\frac{3}{14}$ *a quale numero se si aggiunge* $7\frac{2}{7}$ *faranno* $18\frac{1}{2}$ *si che detto numero di* $11\frac{3}{14}$ *è il numero quesito.*

Dub. 4. *Si dimanda, che differentia sia frà* 93. & 185. & *frà* $8\frac{2}{5}$ & $26\frac{1}{8}$ *detti dubbij ancora si sciogliono con la sottrattione, poiche sottratti* 93. *da* 185. *restano* 92. *quali sono la differentia frà* 93. & 185 *così ancora sottratti* $8\frac{2}{5}$ *da* $26\frac{1}{8}$ *restano* $18\frac{11}{40}$ *che è il numero di differentia frà* $8\frac{2}{5}$ & $26\frac{1}{8}$.

Dub. 5. *Si dimanda qual sia quel numero, che diuiso per* 8. *facci al cotiente* 57. & *quale quello, che diuiso per* $5\frac{2}{3}$ *facci al cotiẽte* $4\frac{1}{5}$ *detti dubbij si sciogliono per la multiplicatione, cioè multiplicare il detto cotiente* 57. *per il diuisore* 8. *che faranno* 456. *detto numero è quello, che diuiso per* 8. *darà al cotiente* 57 *così similmente multiplicati* $4\frac{1}{5}$ *per* $5\frac{2}{3}$ *summano* $\frac{357}{15}$ *quali diuisi per* $5\frac{2}{3}$ *danno al cotiente* $4\frac{51}{255}$ *cioè* $4\frac{1}{5}$ *si che detti* $\frac{357}{15}$ *sono al numero quesito.*

Dub. 6. *Si dimanda qual numero contenghi* $\frac{3}{7}$ *di* 49. & *quale contenghi* $\frac{3}{5}$ *de* $12\frac{2}{3}$ *simili dubbij si sciogliono ancora con la multiplicatione, poiche multiplicati* 49. *per* $\frac{3}{7}$ *summano* $\frac{147}{7}$ *cioè* 21. *che sono* $\frac{3}{7}$ *de* 49. *di modo, che li* 21. *sono il numero quesito, così ancora multiplicati* $12\frac{2}{3}$ *per* $\frac{3}{5}$ *sono* $\frac{114}{15}$ *cioè* $7\frac{9}{15}$ *che sono le* $\frac{3}{5}$ *de* $12\frac{2}{3}$.

Dub. 7. *Si dimanda, perche numero si possono diuidere* 56. *acciò sia il cotiente dodici, & perche numero si possono diuidere* $\frac{4}{9}$ *che dia al cotiente* $\frac{3}{4}$ *simili dubbij si sciogliono con la diuisione, cioè con diuidere detti numeri proposti per li cotienti assignati, v.g. diuisi* 56. *per* 12.

da-

daranno al cotiente $4\frac{8}{12}$ *& questo è il numero, che si cercaua, poiche diuisi* 56. *per detti* $4\frac{8}{12}$ *daranno al cotiente dodici, così ancora diuisi* $\frac{4}{9}$ *per* $\frac{3}{4}$ *darà al cotiente* $\frac{16}{27}$ *per li quali se si diuidono detti* $\frac{4}{9}$ *faranno al cotiente* $\frac{108}{144}$ *che è l'istesso che* $\frac{3}{4}$ *di modo, che detti* $\frac{16}{27}$ *sono il numero, che si cercaua.*

Dub. 8. *Si dimanda, che numero si può multiplicare per* 15. *che il suo multiplicato sia* 120. *è, che numero si può multiplicare per* $6\frac{2}{7}$ *& il multiplicato sia* $\frac{1}{4}$ *detti dubbij si sciogliono similmente cō la diuisione diuisi* 120. *per* 15. *darà al cotiente* 8. *& detti* 8. *sono il numero quesito, perche multiplicati* 8. *per* 15. *fanno* 120. *così ancora diuiso* $\frac{1}{4}$ *per* $6\frac{2}{7}$ *darà al cotiente* $\frac{7}{176}$ *quali sono il numero, che si dimandaua, poiche multiplicati detti* $\frac{7}{176}$ *per* $6\frac{2}{7}$ *darà il multiplicato* $\frac{308}{1232}$ *cioè* $\frac{1}{4}$ *che è l'istesso.*

Dub. 9. *Si dimanda, quali siano due numeri, quali multiplicati frà di se faccino* 81. *& quali sono queli, che faccino* $\frac{3}{5}$ *ouero* $15\frac{2}{3}$ *detti dubbij similmente si sciogliono per la diuisione, con multiplicare poi il diuisore, con il quale si fà la diuisione con il suo cotiente, siche diuisi detti numeri, che si cercano, v.g. diuisi* 81. *per* 9. *darà al cotiente* 9. *multiplicati detti* 9. *del cotiente con li* 9. *del diuisore, faranno* 81. *che sono il numero proposto, così ancora diuisi* $\frac{3}{5}$ *per* $\frac{1}{3}$ *darà al cotiente* $\frac{9}{5}$ *quali multiplacati per* $\frac{1}{3}$ *fanno* $\frac{9}{15}$ *cioè* $\frac{3}{5}$ *& diuisi, v.g. detti* $15\frac{2}{3}$ *per* 3. *daranno al cotiente* $\frac{47}{9}$ *quali multiplicati per* 3. *fanno* $\frac{141}{9}$ *cioè* $15\frac{2}{3}$.

Dub. 10. *Si dimanda, quali siano quelli due numeri, che vno diuiso per l'altro diano al cotiente* 24. *ouero* $\frac{3}{8}$ *detti dubbij si sciogliono con la multiplicatione, cioè multiplicato il già cotiente dato per qualsiuoglia numero, che detto numero insieme con detto cotiente, faranno li nu-*

meri, che si dimandano, v.g. multiplicati 24. per 4. summano 96. quali diuisi per detti 4. danno al cotiente 24. così ancora multiplicati $\frac{3}{8}$ per $\frac{2}{5}$ summano $\frac{6}{40}$ quali diuisi a $\frac{2}{5}$ daranno al cotiente $\frac{30}{80}$ cioè $\frac{3}{8}$.

Dub. 11. Si dimanda, che numero si può multiplicare per 6. & poi diuiso il multiplicato per 4. facci al cotiente 5. ouero, che numero si può multiplicare per $\frac{1}{2}$ quale poi diuiso per $\frac{2}{3}$ dia al cotiente $\frac{2}{7}$ simili dubbij si sciogliono con la multiplicatione, & diuisione, cioè multiplicando il cotiente dato con il diuisore similmente dato, & poi detto multiplicato, diuiso per il numero multiplicando, v.g. multiplicato detto 4. per 5. fanno 20. quali diuisi per 6. darà al cotient e $3\frac{2}{6}$ che sono il numero, si dimandaua, poiche multiplicati detti 6. per $3\frac{2}{6}$ faranno $\frac{120}{6}$ cioè 20 qual diuisi per 4. daranno al cotiente 5. conforme si è dimandato; così ancora multiplicati li $\frac{2}{3}$ diuisore dato, con le $\frac{2}{7}$ similmente cotiente dato, fanno $\frac{4}{21}$ quali diuisi per il numero multiplicante $\frac{1}{2}$ fanno $\frac{8}{21}$ che è il numero si dimanda, poiche multiplicati detti $\frac{8}{21}$ per $\frac{1}{2}$ sono $\frac{8}{42}$ cioè $\frac{4}{21}$ quali diuisi per $\frac{2}{3}$ danno al cotiente $\frac{12}{42}$ cioè $\frac{2}{7}$ conforme si dimanda.

Dub. 12. Così ancora si se dicesse, che numero si può multiplicare per 12. quale poi diuiso per 9. dia al cotiente 8. ouero, che numero si potria multiplicare per $\frac{3}{4}$ quale poi diuiso per $\frac{2}{3}$ dasse al cotiente $\frac{1}{7}$ si multiplica, come si è detto il dato numero diuisore 9. con il dato cotiente 8. che fanno 72. quali diuisi per li 12. numero multiplicante daranno al cotiente 6. quale è il numero, che si dimandaua, poiche multiplicati detti 6. per 12. fanno 72. quali diuisi per 9. daranno al cotiente 8. così ancora multiplicato li $\frac{2}{3}$ diuisore dato per $\frac{1}{7}$ cotiente similmente dato faranno $\frac{2}{21}$ quali diuisi per il numero multiplicando $\frac{3}{4}$

da-

daranno al cotiente $\frac{8}{63}$ quale è il numero, che si dimandaua, poiche multiplicati detti $\frac{8}{63}$ per $\frac{3}{4}$ faranno $\frac{24}{252}$ cioè $\frac{2}{21}$ quali diuisi per $\frac{2}{3}$ faranno $\frac{6}{42}$ cioè $\frac{1}{7}$.

Dub. 13. Si dimanda, otto, che parte sia di questo numero 62 ouero quale parte siano le $\frac{2}{7}$ de $\frac{2}{3}$ simili dubbij si sciogliono per la diuisione, poiche diuisi 62 per 8. daranno al cotiente $7\frac{6}{8}$ di modo, che 8. sono la settima parte, & sei ottaue del numero 62. così ancora diuisi $\frac{2}{7}$ per $\frac{2}{3}$ darà al cotiente $\frac{6}{14}$ si che dette $\frac{2}{7}$ sono sei quartedecime di questo nnmero $\frac{2}{3}$ ouero possiamo dire in minori numeri $\frac{3}{7}$ cioè, che dette $\frac{2}{7}$ siano $\frac{3}{7}$ di questo numero $\frac{2}{3}$ di modo, che $\frac{2}{7}$ cõtengono $\frac{3}{7}$ di questo numero $\frac{2}{3}$ è, che ciò sia vero, multiplicato il cotiente $\frac{3}{7}$ con il diuisore $\frac{2}{3}$ darà vera operatione, poiche summano $\frac{6}{21}$ cioè $\frac{2}{7}$.

Dub. 14. Si dimanda questo numero 7. di che numero sarà la nona parte, ouero $\frac{3}{4}$ de che numero contenirà $\frac{1}{3}$ & $\frac{3}{5}$ & di quale contenirà $\frac{2}{3}$ detti dubbij si sciogliono con la diuisione, poiche diuisi 7. per vna parte, cioè per $\frac{1}{9}$ darà al cotiente $\frac{63}{1}$ di modo, che 7. sono la nona parte de 63. similmente diuisi $\frac{3}{4}$ per $\frac{1}{3}$ darà al cotiente $\frac{9}{4}$ cioè $2\frac{1}{4}$ di modo, che $\frac{3}{4}$ saranno $\frac{1}{3}$ di $2\frac{1}{4}$ così ancora diuisi $\frac{3}{5}$ per $\frac{2}{3}$ daranno al cotiente $\frac{9}{10}$ si che $\frac{3}{5}$ sono $\frac{2}{3}$ de $\frac{9}{10}$.

Dub. 15. Si dimanda 8. quante noue parte contiene di vno numero integro, così ancora $\frac{2}{3}$ quante ottaue parti tiene di vno integro. Et $\frac{1}{4}$ quante decime tiene di vno integro. Detti dubbij si sciogliono con la multiplicatione, si che multiplicati 8. per 9. summano 72. di modo, che 8. sono la nona parte de 72. multiplicati poi $\frac{2}{3}$ per 8. faranno $\frac{16}{3}$ cioè $5\frac{1}{3}$ il numero dunque $\frac{2}{3}$ contengono $\frac{5}{8}$ & $\frac{1}{3}$ de vno integro, & sia vero, diuisi $5\frac{1}{3}$ per 8. daranno al cotiente $\frac{16}{24}$ cioè $\frac{2}{3}$ così ancora multiplicato $\frac{1}{4}$ per 10. faranno $\frac{10}{4}$ cioè $2\frac{1}{2}$ si che $\frac{1}{4}$ contiene due decine, & vno di-

mi-

midio da vno intero, & che sia vero diuisi $2\frac{1}{2}$ *per* 10. *faranno al cotiente* $\frac{5}{20}$, *cioè* $\frac{1}{4}$.

TRATTATO TERZO della Regola del Tre.

Della Regola del Tre, come si facci. Cap. I.

ESsendo già detto di tutte le sorte de numeri, al presente diremo di molte regole, nelle quali scorgeremo le gran virtù, che contengono in se detti numeri, & la prima di dette regole, è quella del Tre, la virtù della quale è tanto grande, che viene chiamata dalli Aritmetici, regola Aurea, cioè regola d'oro, & viene similmente chiamata, regola de proportioni, poiche in essa si pigliano tre numeri noti, dalli quali si caua il quarto non noto con debita proportione, cioè, che quell'istessa proportione, che è frà il primo, & secondo numero, sia ancora frà il terzo, & quarto.

Detti numeri noti se dispongono in questo modo; nel terzo loco, si pone quel numero, che porta in se la difficoltà, & nel primo loco si pone il suo simile, e nel secondo loco, si pone l'altro numero, alla somiglianza del quale si hà da cauare il quarto, conforme il tutto se dichiarirà con essempij, v. g. si è speso da qualcheduno giulij 25. *in sei libre di pepe, quanto dunque ne haueria hauuto per giulij* 100. *doue si vede, che li* 100. *portano con se la difficoltà, & però si hanno da porre nel terzo loco, il suo simile sono li* 25. *quali si hanno da porre nel primo loco, &*

nel secondo le libre di pepe, & il simile di detto secondo si hà da cauare per il quarto loco, conforme vedi messo in questo esempio.

Giulij	*Libre*	*Giulij*	*Libre*
25	6	100	24

Per ritrouare detto quarto numero, se multiplica il secondo, con il terzo frà di se, & il multiplicato si diuide al primo; come in detto esempio multiplicati li 100. per 6. summano 600. quali diuisi à 25. renderà nel cotiente 24. che si pone per 4. numero, doue si vede parimente, che quella proportione, che è frà il primo, & secondo, sia ancora nel terzo, & quarto, poiche quattro volte cape il 6. in 25. & quattro volte ancora cape il 24 in 100. come si vede similmente nel seguente esempio.

E vno forastiero, che hà speso scuti 95. in 7. mesi nell'alloggiamento, e perche è necessitato starci altri mesi 16. dimanda quanti scuti gli bisognano; doue vedi, che li 16. portano la difficoltà, & però si hanno da porre nel 3. loco, & il 7. suo simile nel primo, & il 95. nel 2. in questo modo.

Mesi	*Scuti*	*Mesi*	*Scuti*
7	95	16	217 $\frac{1}{7}$

Doue si vede parimente, che quell'istessa proportione, che è frà il primo, & secōdo sia ancora frà il 3. & 4. & la regola per cognoscere si sono giuste dette proportioni, & si è ben fatta l'operatione, si può multiplicare il primo numero con il 4. & con il 2. & con il 3. che tutti due numori multiplicati saranno eguali.

Da

Da altri ancora viene fatta la proua in questo modo, cioè pongono il primo numero nel 3. loco, & il numero del 3. nel primo loco, così ancora il 4. nel 2. loco, & il 2. nel 4. & operando conforme la regola, renderanno li numeri dell'istessa maniera, se non vi è errore, v.g. il sopradetto esempio si porria in questo modo.

Mesi	*Scuti*	*Mesi*	*Scuti*
16	217 $\frac{1}{7}$	7	95

Mà è da auuertire, che molte volte li esempij da decidersi per detta regola del Tre si propongono al riuerso, come v.g. vno hà comprato sei libre di cannella per giulij 25. quanto viene la libra? detto esempio si pone in questo modo.

Libre	*Giulij*	*Libra*	*Giulij*
6	25	1	4 $\frac{1}{6}$

Ouero vno hà comprato trenta libre di Zuccaro per dieci scuti, quanto viene vna libra? in simili esempij è necessario ridurre detti scuti à giulij, ouero à baiocchi per facilitare l'operatione, di modo, che detto esempio staria in questo modo.

Libre	*Giulij*	*Libra*	*Giulij*
30	100	1	3 $\frac{1}{3}$

In detti esempij si opera similmente dell'istesso modo, cioè, se multiplica il 2. con il 3. & detto multiplicato se diuide al primo, & si caua il 4. con l'istesse proportioni come di sopra.

Così ancora vi è vno Mercante, che hà comprato

250. *Canne di drappo per ſcuti 380. deſidera ſapere quanto gli viene la canna, detto eſempio per facilitarlo, ſi deuono redurre li ſcuti in giulij, & poi ſi pone l'eſempio in queſto modo.*

Canne	Giulij	Canne	Giulij
250	3800	1	$15\frac{1}{5}$

Suole occorre qualche eſempio, non ſolo con diuerſità di moneta, mà ancora di peſo; all'hora ſimilmente ſi deue ridurre non ſolo la moneta, mà ancora il peſo ad vn' iſteſſa qualità di moneta, & peſo. come v.g. vno Mercante hà ſpeſo ſcuti 55. & giulij 6. in libre 60. de Cannella, & onze 5. deſidera ſapere quanto viene l'oncia, in detto eſempio per più facilità biſogua ridurre tutti li ſcuti, & giulij in baiocchi, & le libre in onze, che detto eſempio ſi porria in queſto modo.

Onze	Baiocchi	Onza	Baiocchi
725	5560	1	$7\frac{485}{725}$ cioè $\frac{97}{145}$

Similmente vi è vno foraſtiero, che hà dato ſcuti $40\frac{3}{5}$ per ſuo vitto all'alloggiamento, & doppò giorni 58. gli viene detto, che dia più denari, ſi vuole più vitto, deſidera ſapere, quanto hà hauuto de vitto il giorno, quiui ancora ridotti li ſcuti à ginlij, ſi pone l'eſempio a queſto modo.

Giorni	Giulij	Giorno	Giulij
58	406	1	7

L'iſteſſa regola ſi oſſerua occorrendo eſempio de minutia, operando però conforme ſi deue operare in dette minutie, il che già habbiamo detto nel ſecondo trattato, ſi

che

che se vno haueße comprato $\frac{2}{3}$ di canna di drappo d'oro scuti 3. quanto haueria speso in $\frac{7}{8}$ dell'isteßo drappo, detto esempio si porra in questo modo.

2	Scuti	7	63
3	3	8	16 cioè $3\frac{15}{16}$

Così ancora hà da mantenere vno padre di famiglia, il suo figlio nelli Studij per anni 5. & doppò mesi 8. & giorni 12. vede hauere speso scuti 65. & giulij 6. desidera sapere, quanto vorrà di spesa in anni 5. in detto esempio se riducono prima tutti li scuti in giulij, ò à baiocchi, & li mesi, & anni in giorni, & poi si porria l'esempio in questo modo, supponendo 5. anni eßere giorni 1825. & li scut i sono giulij 656. se dice dunque.

Giorni	Giulij	Giorni	Giulij
252	656	1825	$4721\frac{58}{252}$

Dico de più si sono venduto canne 520. di tela per scuti 75. quanto si sariano venduto canne 400.? detto esempio si pone in questo modo.

Canne	Scuti	Canne	Scuti
520	75	400	$57\frac{360}{520}$ cioè $\frac{9}{13}$

Ouero diciamo, si detto Mercante hà comprato canne 520. di tela per scuti 75. quante ne haueria hauuto per scuti 100. detto esempio si pone in questo modo.

Scuti	Canne	Scuti	Canne
75	520	100	$693\frac{25}{75}$ cioè $\frac{1}{3}$

E 3 Così

Così ancora Pietro hà comprato da Antonio scuti 75. di tela, & dell'istessa tela Francesco, ne hà comprato da Antonio scuti 100. & ne hà hauuto canne 133 $\frac{1}{3}$ quante dunque ne hauerà hauuto Pietro per scuti 75.

Scuti	Canne	Scuti	Canne
100	133 $\frac{1}{3}$	75	100

E si se desiderasse sapere, quanto viene la canna di detta tela; riducendo li scuti à giulij, si porria detto esempio a questo modo.

Canne	Giulij	Canna	Giulij
133 $\frac{1}{3}$	1000	1	7 $\frac{1}{2}$

ouero

Canne	Giulij	Canna	Giulij
100	750	1	7 $\frac{1}{2}$

Da tutti detti esempij si può la persona regolare, & cauare il modo si deue tenere in tutte l'altri esempij.

Regola del Tre euersa. Cap. II.

Sin'adesso habbiamo esplicato la regola del Tre, con dire; che in detta regola bisogna che sia la debita proportione frà li quattro numeri, di modo, che quella proportione, che frà il primo, & 2. sino frà il 3. & 4. & se il primo è maggiore, ò minore del 3. così sia similmente il 2. rispetto al 4. mà perche molte volte accade, che quanto è più maggiore il primo del 3. tanto più minore deue essere il 2. del 4. però si è ri trouata, quest'altra regola del Tre euersa, che vuol dire douersi procedere al contrario, di

di quello si è fatto nella prima, poiche si hà da multiplicare il primo numero con il 2. & il muloiplicato deuidersi al 3. il cotiente del quale sarà il 4. numero, quando poi si habbia da vsare detta regola, l' istessa raggione naturale lo detta, & dall' infrascritti esempij si cauerà benissimo.

Dodeci canne di drappo largo tre palmi è stato giudicato volerci per vno apparato, quante canne ci vorranno de vn' altro drappo largo due palmi, & quante se fosse due palmi, & mezzo, detti esempij si pongono in questo modo.

Larghezza palmi	Canne	Larghezza palmi	Canne
3	12	$2\frac{1}{2}$	$14\frac{2}{5}$

Item

Larghezza palmi	Canne	Larghezza palmi	Canne
3	12	2	18

Nelli quali esempij si vede, che quanto più largo è il drappo, tanto meno robba ci vuole, & così, benche il primo numero sia maggiore del 3. non per questo il 2. è maggiore del 4. mà si bene si vede, che quella proportione è frà il primo, & 3. è similmente frà il 2. & 4. & però se multiplica il primo con il 2. & il multiplicato se deuide al 3. mà volendo multiplicare detti esempij, conforme la prima regola, veneriano in questo modo.

Larghezza de palmi	Larghezza de palmi	Cãne	Cãne
2	3	12	18

La proua similmente di questa regola è multiplicare il primo con il 2. & il 3. con il 4. che daranno l'istesso numero.

Pietro hà dato a Frãcesco scuti 2500. per impresto per due anni, quali finiti furno restituiti con l'interesse debito; mà Pietro non volse detto interesse, dicendo volerne vna summa de danaro impresto, & gli furno dàti da Frãcesco scuti 6000. se dimanda per quanto tempo si può seruire Pietro di detti denari per farsi buono il suo interesse? ridotti li anni a giorni, si pone l'esempio a questo modo.

Scuti	Giorni	Scuti	Giorni
2500	730	6000	$304\frac{1000}{6000}$ cioè $\frac{1}{6}$

Doue si vede, che quanto è più grossa la summa de denari, tanto meno tempo bisogna tenerlo, & volendo operare detto esempio, conforme la prima regola diretta, si porria in questo modo.

Scuti	Scuti	Giorni	Giorni
2500	6000	730	$304\frac{1000}{6000}$ cioè $\frac{1}{6}$

A giudicio di Architetto con la fatica di trenta huomini in due anni, si può condurre vno canale d'acqua dentro la terra, si dimanda in quanto tempo se condurrà con la fatica de 50. huomini? detto esempio si pone in questo modo.

Huomini	Giorni	Huomini	Giorni
30	730	50	438

Vi è ordine, che quando il grano costa sei scuti il rubio, si debbia fare la pagnotta de onze 10 & andarla crescendo, ò minuendo, conforme crescerà, ò mancherà il prezzo del grano, poniamo, che il grano vadi scuti quat-

tro

tro, quante deue essere la pagnotta.

Scuti	*Onze*	*Scuti*	*Onze*
6	10	4	15

Et valendo il grano scuti 8. si fà in questo modo.

Scuti	*Onze*	*Scuti*	*Onze*
6	10	8	$7\frac{1}{2}$

Così ancora andando il vino scuti 10. la botta, la foglietta debbia esser grossa de 6. bicchieri; se dimanda, andando il vino scuti 12. quanto sarà la foglietta.

Scuti	*Bicchieri*	*Scuti*	*Bicchieri*
10	6	12	5

Vi sono Soldati 3000. in vn' assedio di vna fortezza, & hanno il vitto per mesi 7. è gli è data noua, che per mesi 12. non possono hauere soccorso, quanti Soldati si hanno da tenere nell' assedio, acciò il vitto basti per 12. mesi.

Mesi	*Soldati*	*Mesi*	*Soldati*
7	3000	12	1750

Si deuono dunque tenere Soldati 1750. & altri 1250 licenciarli, da quali esempij, si vede la natura di detta regola, & il modo di vsarla.

Regola del Tre Composita. Cap. III.

PErche suole accadere, che in detta regola del Tre, si propongono non solo tre numeri certi, mà a detti vi sono aggiunti altri tre numeri; per il che detta regola viene chiamata composita, poiche messi detti 3. numeri compositi, si caua il 4. numero, conforme si vedrà nell'infrascritti esempij, & si propongono con diuersità di tempo, di guadagno, & danno, come v. g.

Si pagano scuti 9. al mese per Soldato di qualche fortezza, si dimanda, quanti scuti ci vorranno per Soldati 50. in vn'anno? detto esempio si pone in questo modo.

Soldato	Mese	Scuti	Soldati	Mesi	Scuti
1	1	9	50	12	5400

Doue è da aduertire, che questa regola composita nelli esempij ò si può fare la regola ordinaria del Tre due, ò tre volte; ouero multiplicare il numero principale con il nuro aggionto, & poi formare detta regola come nel sopradetto esempio si farria in questo modo.

Soldato	Scuti	Soldati	Scuti
1	9	50	450

Dipoi

Mese	Scuti	Mesi	Scuti
1	450	12	5400

Nondimeno più breue sarà multiplicare li due primi numeri frà di se, & il simile fare con li due terzi, di mo-

do,

do, che detta regola verria in questo modo.

	Scuti			Scuti
1	9	600	fanno	5400

Doue multiplicato il primo numero con il 4. fà l'istessa summa, che multiplicando il 2. con il 3.

Si sono portate dal procaccio libre 50. per 100. miglia con prezzo de giulij 12. quanto si pagarà per libre 120. & per miglia 250. detto esempio si pone in questo modo.

Libre	Miglia	Giulij	Libre	Miglia	Giulij
50	100	12	120	250	72

Multiplicati li primi numeri frà di se, & li terzi similmente, quale multiplicato del 3 multiplicato per il 2. numero, & diuiso al primo, verrà in questo modo.

	Giulij		Giulij
5000	12	30000	72

Ouero si fà la regola del 3. duplicata in questo modo.

Libre	Giulij	Libre	Giulij
50	12	120	$28\frac{4}{5}$

Dipoi

Miglia	Giulij	Miglia	Giulij
100	$28\frac{4}{5}$	250	72

Sono 30. Religiosi, quali in vn' anno mangiano 60. rubbij di grano comprati scuti 360. se dimanda quanto ciascheduno habbia mangiato il giorno? in detto esempio

pio messi li scuti in baiocchi, ò quattrini, si faria in questo modo.

Persone	*Giorni*	*baiocchi*	*Persona*	*Giorno*
30	365	36000	1	1

fanno baiocchi $3\frac{3150}{10950}$

ouero

Persone	*Giorni*	*quattrini*	*Persona*	*Giorno*
30	365	180000	1	1

quattrini $16\frac{5700}{10950}$

In detto esempio sono multiplicati li primi numeri frà di se, & li terzi similmente, quali multiplicati per il numero di mezzo, & spartito al primo rendouo detti numeri; quali si possono ridurre alle semplice regole del Tre, replicaudo detta regola due volte in questo modo.

Parsone	*Baiocchi*	*Persona*	*Baiocchi*
30	36000	1	1200
doppò			
Giorni	*Baiocchi*	*Giorno*	*Baiocchi*
365	1200	1	$3\frac{105}{365}$

Si che in simili esempij, si possono vsare diuersi modi, mà il primo è il migliore, & più breue.

Cosi ancora vno hà guadagnato in vn' anno scuti 30. con scuti 120. se dimanda, quanto haueria guadagnato in anni 3. con scuti 200. detto esempio si pone similmente in questo modo.

[illegible]

Scuti	Anni	Scuti	Scuti	Anni	Scuti
120	1	30	200	3	150

ouero

Scuti	Scuti acquistati	Scuti	Scuti acquistati
120	30	200	50

& poi

Anni	Scuti	Anni	Scuti
1	50	3	150

Ouero diciamo vno hà guadagnato scuti 15. con scuti 100. in mesi 8. in quanto tempo haueria guadagnato scuti 600. in detto esempio, perche è solamente questione del tempo, però non si pone nell'esempio, la summa de denari, con la quale si è fatto il guadagno, si pone dunque in questo modo.

Scuti	Mesi	Scuti	Mesi
15	8	600	320

Mà si fosse, che con scuti 150. hauesse guadagnato scuti 40. in vn'anno, & se dimandasse quanto haueria guadagnato con scuti 500, adesso, perche non è in questione il tempo, però nō si pone, mà si faria in questo modo.

Scuti	Scuti acquistati	Scuti	Scuti acquistati
150	40	500	$133\frac{50}{150}$ cioè $\frac{1}{3}$

Hà comprato vn Mercante scuti 140. di mercantie, poi l'hà venduta 153. desidera sapere quanto hà guadagnato per cento; ouero in caso l'hauesse vēduta scuti 136. quanto haueria perso per cento, detti esempij, si pongono

in questo modo.

Scuti	Scuti acquistati	Scuti	Scuti acquistati
140	13	100	$9\frac{40}{140}$ cioè $\frac{2}{7}$

Scuti	Scuti persi	Scuti	Scuti persi
140	4	100	$2\frac{120}{140}$ cioè $\frac{1}{2}$

Doue vedi, che nel secondo esempio si pone il guadagno, ò perdita, quale multiplicato con il 100. & diuiso al primo numero, da il numero conforme si vede.

Stà considerando vno Mercante vna mercantia, quale sà non poterla vendere più, che scuti 260. desidera sapere quanto vi può spendere, con hauerci da guadagnare 8. per cento.

Scuti	Scuti	Scuti	Scuti
216	200	260	$240\frac{160}{216}$ cioè $\frac{20}{27}$

Doue si vede nel primo loco 216. che prouengo da 200. del 2. loco per li 8. per 100. desidera guadagnare il Mercante, si che si da 200. vengono 216. li 260. proueniranno da $240\frac{20}{27}$ conforme si vede.

Si lamenta vn Mercante, che hauendo venduta certa mercantia scuti 300. vi habbia perso 10. per 100 quanto dunque spese detto Mercante in detta mercantia, si vede in detto esempio, che ogni cento diuenta 90. si pone dunque l'esempio in questo modo.

Scuti	Scuti	Scuti	Scuti
90	100	300	$333\frac{1}{3}$

Vn Mercante hà venduto certo drappo scuti 560. & ci hà guadagnato scuti 12. per cento, quanto dunque spese detto Mercante, in detta mercantia?

Scuti	*Scuti*	*Scuti*	*Scuti*
112	100	560	500

Dice vno Droghiero, che con vendere certe sue drogarie à baiocchi 75. la libra, guadagna 30. per 100. quanto dunque viene la libra à detto Droghiero, & quanto guadagnaria per cento, con venderle à baiocchi 22. la libra? in detto esempio si hà prima da ritrouare, quanto viene la libra à detto Mercante, però si pone l'esempio in questo modo.

130 100 25 $19\frac{21}{130}$

Costa dunque al Droghiero la libra baiocchi 19 $\frac{21}{130}$ & si la vendita si farà a baiocchi 22. la libra, per sapere quanto verria per cento, si faria in questo modo.

$19\frac{21}{130}$ 100 22 *da* $117\frac{512}{1441}$

Doue si vede, che si veramente il Droghiero haueße comprato la libra di dette mercantie baiocchi 19 $\frac{21}{130}$ & tanto similmente l'haueße vendute non guadagnaria cosa alcuna, vendendola poi a baiocchi 22. verria à guadagnare scuti 17 $\frac{512}{1441}$ per cento come si vede.

Vn Mercante hà comprato libre 3000. di zuccaro per scuti 1590. desidera sapere quanto gli viene la libra, & poi quanto lo può vendere per guadagnarci 15. per 100. detto esempio si pone in questo modo.

Libre	*Giulij*	*Libra*	*Giuli*	*che sono*
3000	25900	1	$5\frac{900}{3000}$	*baiocchi 3.*

Scuti	*Scuti*	*Scuti*	*Scuti*
100	115	1590	$1828\frac{1}{2}$

Doue nel primo esempio si vede, che la libra costa al Mercante baiocchi 53. & nel 2. che per guadagnarci 15. per cento, bisogna, che caui da tutto detto zuccaro scuti $1828\frac{50}{100}$ *cioè* $\frac{1}{2}$ *& per sapere quanto bisogna venderlo la libra si fà in questo modo.*

Libre	*Giulij*	*Libra*	*Giulij*
3000	18285	1	$6\frac{285}{3000}$

Et si detto Mercante hauesse venduto solamente detto zuccaro per scuti 1500. *quanto haueria perso per* 100. *si fà in questo modo.*

Scuti	*Scuti*	*Scuti*	*Scuti*
1590	1500	100	$94\frac{540}{1590}$

Si che hauerebbe perso detto Mercante 6. meno $\frac{540}{1590}$ *per cento, come si vede, & si se dimandaße in tal caso quanto haueria venduto la libra, si faria in questo modo.*

Libre	*Giulij*	*Libre*	*Giulij*
3000	15000	1	5

Hauerebbe dunque venduto 50. baiocchi la libra in detto caso 3. baiocchi meno della prima volta, doue può ciaf-

ciascheduno scorgere la magnificenza di detta regola, & quanto sia de bisogno.

TRATTATO QVARTO Della Società.

Che cosa sia Società. Cap. Vnico.

DEtto Trattato della Società è il più vsato, & necessario di qualsiuoglia altro, tanto per Mercanti, quanto per qualsiuoglia sorte di negotiante, & detto Trattato stà tutto fondato nella regola del Tre, & non vuol dire altro, che vnione di più negotianti, quali pongono diuerse quantità di denari in guadagno, ò perdita comune, detta regola poi si vsa in questo modo.

Si redunano tutte le quantità di denari in vna summa, quale summa si pone nel primo loco per le regola del Tre, nel secondo loco si pone il guadagno, ò danno comune, nel 3. loco si pongono tutte le partite di denari vna sopra l'altra conforme la quantità, che da ciascheduno è stata messa, di modo, che tante volte si replica detta regola del Tre, quante sono le partite di detti denari, & se ci occorre diuersità di tempo in porre detti denari, se multiplica ciascheduna partita con il suo tempo, & poi si pongono in detto 3. loco vna sotto l'altra, il che fatto, si caua facilmente il numero per il 4. loco conforme habbiamo detto nella regola del Tre, & il tutto si renderà chiaro cō l'infrascritti esempij.

Dub. 1. Sono tre Mercanti, quali hanno da spartirsi

scuti 2600. che hanno guadagnato in uno negotio; nel quale uno vi pose scuti 860. l'altro 1240. & il 3. 650. se dimanda quanto tocca a ciascheduno di detta summa 2600. primieramente si assummano le tre partite di denari messi da detti Mercanti, che sono scuti 2750. & si pongono nel primo loco per la regola del Tre, poi nel 2. loco si pongono li 2600. guadagnati, & nel 3. loco si pone la summa di ciascheduno Mercante, come si vede in questo esempio.

Scuti	Scuti guad.	Scuti	Scuti guad.	
		860	$813\frac{250}{2750}$	al 1.
2750	2600	1240	$1172\frac{1000}{2750}$	al 2.
		650	$614\frac{1500}{2750}$	al 3.
		summa	$2599\frac{2750}{2750}$ cioè 1.	
		si che sono	2600	

Multiplicato dunque il secondo numero 2600. per la prima summa di 860. che stà nel 3. loco & diuersi à 2750 tocca al primo Mercante $813\frac{250}{2750}$ & fatto il simile con la seconda, tocca al 2. $1172\frac{1000}{2750}$ & così similmẽte fatto con la 3. toccherà al 3. $614\frac{1500}{2750}$.

La proua, si detta operatione se sia ben fatta è multiplicare tutti detti numeri diuersi, & vedere si fanno la summa in comune guadagnata, che altrimente non stà ben fatta.

Mà se li sopradetti Mercanti con detta summa di scuti 2750. hauessero perso in detto negotio scuti 300, quanti scuti si diria hauere perso ciascheduno, detto esempio si pone in questo modo.

Scuti

Scuti	Scuti per il dãno	Scuti	
2750	2450	860	$766\frac{500}{2750}$
		1240	$1104\frac{2000}{2750}$
		650	$579\frac{2250}{2750}$
		summa	$2449\frac{2750}{2750}$ cioè 1.

si che sono giusti —— 2450

Dub. 2. Sono tre Mercanti, quali si vogliono sparrire libre 2000. di Cannella, che costano scuti 1500. ma vno ne vuole libre 1200. l'altro libre 300. & il 3. libre 500. se dimanda quanto deue pagare ciascheduno? detto esempio si pone in questo modo.

Libre	Scuti	Libre	Scuti	
2000	1500	1200	900	al 1.
		300	225	al 2.
		500	375	al 3.
			1500	

Dub. 3. Tre Mercanti in due anni hanno guadagnato scuti 2000. in vno negotio nel quale il primo vi pose scuti 1000. per mesi quindeci, il 2. vene pose 850. per mesi dodeci, & il 3. vi pose 600. per tutto il tempo di due anni, quale partite summano 2450. in detto tempo perche vi è la diuersità di tempo, se multiplica detto tempo con la summa di denari di ciascheduno, & poi tutte dette summe si raccogliono in vna, & detta vna summa si pone nel primo loco per la regola del Tre, come v. g. in detto

 esem-

esempio multiplicati li scuti 1000. *per* 15. *mesi, summano* 15000. *& multiplicati li* 800. *del* 2. *Mercante per* 12. *mesi, summano* 9600. *così ancora multiplicati li* 650 *del* 3. *Mercante per* 24 *mesi, summano* 15600. *& radunate insieme dette partite summano* 40200. *quale numero si pone nel primo loco per la regola del* 3. *che verria in questo modo.*

Scuti	Scuti guad.	Scuti	
		15000	$746\frac{10800}{40200}$
40200	2000	9600	$477\frac{24600}{40200}$
		15600	$776\frac{4800}{40200}$
			40200

Dub. 4. *Sono tre Mercanti, quali hanno caricato vna naue con scuti* 10000. *di mercantie, nelli quali l'vno haueua messo scuti* 4400. *il* 2. 3000. *& il* 3. 2600. *& mossa tempesta si perdono scuti* 4000. *si che si hanno da spartir, frà detti Mercanti scuti* 6000. *se dimanda quanto toccherà per ciascheduno? detto esempio si pone in questo modo.*

Scuti	Scuti per il dãno	Scuti	Scuti
		4400	2640 al 1.
10000	6000	3000	1800 al 2.
		2600	1560 al 3.
			6000

Dub. 5. *Quattro Mercanti in vna società di anni* 2. *vno hà messo scuti* 1000. *dal principio, mà poi doppò mesi*

si 16. si pigliò scuti 400. il 2. vi pose scuti 800. mà 6. mesi dopò, che cominciasse la società, il 3 vi pose scuti 1200. per tutti li 2 anni, & il 4. hà messo scuti mille, mà dopò 7. mesi se pigliò scuti 500. & sei mesi auāti finisse la società di 2 anni, ui pose scuti 800. & finiti li 2 anni ritrouano hauere guadagnato scuti 2000. si dimāda, come si hāno aspartire detti denari à questi 4. Mercanti, & cōforme habbiamo detto in tali casi bisogna multiplicare li denari cō il tēpo, di tutte poi le partite, farne vna summa, v. g. in questo esempio il primo Mercante viene ad hauere messo scuti 1000. *per mesi* 16. & *scuti* 6000. *per mesi* 8. *che summano* 20800. *per il primo Mercante, & multiplicati li* 800. *per* 18. *mesi del* 2. *Mercante, summano* 14400. *così ancora multiplicati li* 1200. *del* 3. *Mercante per mesi* 24. *summano* 28800. *il* 4. *Mercante viene ad hauere messo scuti* 1000. *per mesi* 7. & 500. *per mesi* 11. & 800. *per mesi* 6. *quali multiplicati frà di se, summano* 17300. & *dette* 4. *partite assummate insieme fanno* 81300. *da porsi nel primo loco per la regola del* 3. *conforme quiui si vede.*

	Lucrum				
81300	2000	20800	*fanno*	$511\frac{557}{813}$	*al* 1.
		14400		$354\frac{198}{813}$	*al* 2.
		28800		$708\frac{396}{813}$	*al* 3.
		17300		$425\frac{475}{813}$	*al* 4.
			summano	81298	

& *due de minutie, che fanno* —— 81300

Mà poniamo caso, che detti Mercanti habbiano per-

mo dunque vna di detta summa, v. g. la prima de 12000 *& diciamo per la regola del* 3. *li scuti* $434\frac{2}{2}\frac{1}{7}\frac{6}{6}$ *prouengono da* 12000. *da che summa proueniranno li scuti* $217\frac{1}{2}\frac{0}{7}\frac{8}{6}$ *del* 3. *Mercante, conforme in questo esempio si vede.*

Scuti		Scuti	
$434\frac{2}{2}\frac{1}{7}\frac{6}{6}$	12000	$217\frac{1}{2}\frac{0}{7}\frac{8}{6}$	6000

Di modo, che il multiplicato del 3. *Mercante già si uede essere stato* 6000. *si può sapere dunque facilmente, quanto fosse il prezzo dell' argento, poiche diuiso detti* 6000. *à dieci mesi, che fù il tempo, di detto* 3. *Mercante, darà al cotiente* 600. *si che* 600. *scuti furno le argentarie di detto Mercante, & che ciò sia vero, multiplicati di nuono le summe de tutti* 3. *Mercanti con li loro tempi, già si vede, che il primo, summa* 12000. *il* 2. 9600. *& il* 3. 6000. *quale partite vnite insieme, fanno la summa de* 27600. *diciamo dunque, si* 27600. *hanno dato* 1000 *quanti daranno, ciascheduna partita da se sola, conforme vedi in questo esempio.*

	Scuti			
27600	1000	12000	daranno	$434\frac{2}{2}\frac{1}{7}\frac{6}{6}$
		9600		$347\frac{2}{2}\frac{2}{7}\frac{8}{6}$
		6000		$217\frac{1}{2}\frac{0}{7}\frac{8}{6}$

Si vede dunque, che sono stati bene ritrouati li scuti 600. *dell'argentaria del* 3 *Mercante.*

Dub. 8. *Sono quattro, che in vna società di due anni, vno hà messo scuti* 2000. *per tutti li due anni, il* 2. *doppò mesi* 6. *pose non sò, che quantità di denari, il* 3. *doppò*

me-

mesi 12. vi pose similmente non sò, che altra quantità di denari, & il 4. anco pose non sò, che quantità di denari, doppò 4. mesi, & poi finiti li due anni, riceuono tutti 4. eguale guadagno; se dimanda quanti bisogna siano stati li denari di questi tre vltimi Mercanti.

Detto dubbio si sà facilmente dal multiplicato delli denàri del primo Mercante con il suo tempo, & è 48000 quali diuisi per li mesi 18. dei 2. Mercante, dãno 2666 $\frac{1}{1}\frac{2}{8}$ cioè $\frac{2}{3}$ che sono la quantità delli denari incogniti del 2. Mercante, & poi diuisi detti 48000. per li mesi 12. del 3. Mercante, daranno al cotiente 4000. & è la summa incognita di detto 3 Mercante; & diuisi similmente detti 48000. per mesi 20. del 4. Mercante daranno al cotiente 2400. che è la summa incognita del 4. Mercante, & che ciò sia vero, multiplicate dette summe per li loro tempi, la prima darà 48000. la 2. darà 48000. la 3. 48000. & la 4. 48000. quali 4. partite tutte insieme summano 192000. ne è marauiglia se tutti hanno hauuto eguale guadagno, come si può vedere ancora in questo esempio.

	Scuti guad.			
192000	2000	48000	daranno	500
		48000		500
		48000		500
		48000		500

Dub. 9. Tre Mercanti hanno guadagnato scuti 240. quali diuisi frà di se, il primo hà hauuto vna parte triplicata rispetto al 2. & quadruplicata rispetto al 3 il 1. ha messo scuti 600. per mesi 12. il 2. hà messo li suoi denari per mesi 8. & il 3. per mesi 6. si dimanda, quanti de-

denari hal bino messo questi due vltimi, & quanto è toccato per ciascheduno.

Per ciò sapere si multiplicano li denari del primo con il suo tempo di mesi 12. che saranno 7200. & il suo 4. sarà 1800. & il 3. sarà 2400 quale 4. & 3. bisogna, che siano il multiplicato delli denari, & tempo delli due vltimi Mercanti; acciò il guadagno del 3. sia il 4. rispetto al primo, & il guadagno del 2. sia il 3. rispetto al primo, & il guadagno del 2. sia il 3. rispetto similmente al primo, dette 3. partite radunate insieme, summano 114000 diciamo dunque si 114000. hanno dato 240. quanto darà ciascheduna partita, conforme quì vedi.

	Scuti			
		7200		151 $\frac{66}{114}$
11400	240	2400	*daranno*	50 $\frac{60}{114}$
		1800		37 $\frac{102}{114}$

E per sapere quanti denari posero li due Mercanti; se diuidono li 2400, del 2. Mercante per li suoi 8. mesi, che daranno al cotiente 300. & saranno li denari di detto 2. Mercante; poi diuisi li 1800. per li 6. mesi del 3. Mercante, daranno similmente al cotiente 300. che sono li denari di detto 3. Mercante.

Dub. 10. Sono 4. Mercanti, quali con scuti 2600. hanno guadagnato scuti 1600. & diuisi conforme la quantità di denari di ciascheduno; toccorno al primo 492 $\frac{81}{26}$ al 2. 400. al 3. 373 $\frac{2}{26}$ & al 4. 369 $\frac{6}{26}$ se dimãda quanti furno li denari, che ciascheduno pose nella società? In questo caso assummate dette tre partite di deneri diuisi, già summano 1600. Diciamo dunque si scuti 1600. prouengono da scuti 2600. da che summa prouenirà

nirà ciascheduna di dette partite diuise, conforme si vede in questo esempio.

Scuti	*da Scuti*			
		492 $\frac{8}{26}$		800
1600	2600	400	*vengono*	650
		338 $\frac{1}{2}\frac{2}{6}$		550
		369 $\frac{6}{26}$		600

Dub. 11. Tre in vna società hanno guadagnato scuti 606. con scuti 2800. il primo hà riceuuto li suoi denari vna con il guadagno, & hà hauuto scuti 1411 $\frac{2}{3}\frac{6}{4}$ il 2. similmente hà hauuto scuti 1176 $\frac{1}{3}\frac{6}{4}$ & il 3. hà riceuuto scuti 705 $\frac{3}{3}\frac{0}{4}$ se dimanda; quanti denari ciascheduno di detti Mercanti pose in detta società, & quanto hà guadagnato ciascheduno in questo caso? Si vnisce tutta la quantità di denari messi da detti Mercanti insieme con il guadagno, che sariano scuti 3400. & doppò si dice; se 3400. prouengono da scuti 2800. da che numero proueniranno scuti 1411 $\frac{2}{3}\frac{6}{4}$ & da che numero scuti 1176 $\frac{1}{3}\frac{6}{4}$ & così similmente scuti 705 $\frac{3}{3}\frac{0}{4}$ conforme vedi in questo esempio.

Scuti	*da Scuti*			
		1411 $\frac{2}{3}\frac{6}{4}$		1200
3400	2800	1176 $\frac{1}{3}\frac{6}{4}$	*da Scuti*	1000
		705 $\frac{3}{3}\frac{0}{4}$		600

Da dette partite, sottratte le quantità di denari, che ciascheduno pose nella società; se vederà; che il primo hà guadagnato scuti 211 $\frac{2}{3}\frac{6}{4}$ il 2. scuti 176 $\frac{1}{3}\frac{6}{4}$ & il 3. scuti 105 $\frac{3}{3}\frac{0}{4}$.

Dub 12. Due Mercanti con scuti 1500. *hanno guadagnato scuti* 1200. *il primo pose scuti* 900. *& il* 2. *scuti* 600. *con promessa al Fattore di detta società, di darli* 10. *per* 100. *se dimanda quanto tocca per ciascheduno? si levano primieramente li* 10. *per cento, & restaranno scuti* 1180. *& poi si dice se scuti* 1500 *hanno guadagnato scuti* 1180. *quanti ne haueranno guadagnato li* 900. *& quanti li* 600. *conforme si vede in questo esempio.*

Scuti	*Scuti guad.*	*Scuti*	*Scuti*
1500	1180	900	708
		600	472

Dub. 13. Tre in vna società hanno guadagnato scuti 1520. *il primo vi hà messo scuti* 1080. *il* 2. 360. *& il* 3 *hà messo tanti denari, che hà riceuto di guadagno scuti* 240. *si dimanda, quanto hanno guadagnato li due Mercanti primi, & quanto hà messo nella società il* 3. *Mercante? si leuano prima li scuti* 240. *del* 3. *Mercante da scuti* 1520 *che è il comune guadagno, & restano tutti* 1280 *di poi se dice, si scuti* 1440. *che è la summa delli due primi Mercanti, hanno guadognato scuti* 1280. *quanti ne guadagnaranno scuti* 1080. *& quanti* 360. *conforme si vede in questo esempio.*

Scuti	*Scuti guad.*			
1440	1280	1080	*daranno*	960
		360		320

Poi per sapere quanti furono li denari, che hà messo il 3. *Mercante, dalli quali gli sono peruenuti scuti* 240. *si fà questo modo, dicendo, se scuti* 1280. *peruengono da scu-*

ti

ti 1440. da che numero perueniranno ſcuti 240. conforme ſi vede in queſto eſempio.

Scuti	*da Scuti*	*Scuti*	*da Scuti*
1280	1440	240	270

Dub. 14. Quattro Mercanti hanno meſſo ſcuti 500. per ciaſchedunno in vna ſocietà di anni due, nella quale hanno guadagnato ſcuti 1400. mà vno vi poſe li ſuoi denari per tutti li meſi 24. il 2. per meſi 18. il 3. per meſi dodeci, & il 4. per meſi 10. ſe dimanda quanto tocca per Mercante? in detto caſo, perche tutti hanno meſſo parte eguale di denari, però non occorre multiplicare li denari con il ſuo tempo, mà baſta aſſummare tutti detti meſi inſieme, & faranno la ſumma de meſi 64. & ſi dice, ſe meſi 64. hanno dato ſcuti 1400 quanti ne daranno meſi 24. quanti, meſi 18. quanti, meſi 12. & quanti meſi dieci, come vedi in queſto eſempio.

Meſi	*Scuti*	*Meſi*		
64	1400	24	525	
		18	$393\frac{48}{64}$	
		12	$262\frac{32}{64}$	*cioè* $\frac{1}{2}$
		10	$218\frac{48}{64}$	

Dub. 15. Sono 4. Mercanti, quali hanno guadagnato ſcuti 656. in vna ſocietà, & hauendo riguardo alla quantità di denari, che ciaſchedunno hà meſſo, ſi hanno ſpartiti detti denari in modo, che quante volte è toccato al primo 5. ſcuti, tante volte è toccato al 2. ſcuti 9 & al 3. ſcuti 12. & al 4. ſcuti 15. & il primo Mercante hà meſſo in queſta ſocietà ſcuti 1000. ſe dimãda quãti dena-

nari sono toccati per ciascheduno; & quanti denari hanno messo li tre vltimi Mercanti in detta Società? per ciò sapere, si assummano tutte le quattro partite insieme, cioè li 5. dati al primo, li 9. dati al 2. li 12. dati al 3. & li 15. dati al 4. che sono in tutto 41. poi si vede quante volte cape detto 41. nel numero delli denari guadagnati, che sono 656. & diuisi conforme la regola, se ritrouerà nel cotiente 16. di modo, che subito si sà, il primo hauere hauuto 16. volte 5. scuti, che fanno 80. il 2. 16 volte 9. che fanno 144. il 3. 16. volte 12. che sono 192. & il 4. 16. volte 15 che sono 240 quale summe vnite insieme fanno 656. di modo, che sono bene diuisi detti denari. Per sapere poi quanti denari hanno messo li 3. vltimi Mercanti; si dice, se scuti 80. peruengono da scuti 1000. del primo Mercante, da doue perueneranno scuti 147. del 2. 192. del 3. & 240. del 4. conforme si vede in questo esempio.

Scuti	da Scuti	Scuti			
		144		1800	del 2.
80	1000	192	da	2400	del 3.
		240		3000	del 4.

Ouero diciamo più breuemente, radunate insieme li 4. partite 5. 9. 12. & 15. fanno 41. doppò si dice se 41. dāno 656. quanti daranno 5. 9. 12. & 15. conforme si vede in questo esempio.

	Scuti			
41	656	5		80
		9	daranno	144
		12		192
		15		240

Quanti denari poi habbino messo li Mercanti, già l' habbiamo detto di sopra.

Dub. 16. Sono dieci Capitani 6. Alfieri, & 300. Soldati, quali in vno sacco dato ad vna Terra, hanno ritrouato scuti 20720. quali sono stati diuisi frà essi, in modo, che quante volte li Capitani hanno hauuto 10. per ciascheduno, tante volte li Alfieri haueuano similmente 6. scuti per vno, & li Soldati 3 per vno, se dimanda quanti scuti hanno hauuto li Capitani, quanti l' Alfieri, & quanti li Soldati? per ciò sapere facilmente, radunate insieme li 10. scuti di 10. Capitani sono 100. poi li 6. scuti de 6. Alfieri, sono 36. & li 3. scuti per Soldato sono 900. aßummate insieme dette partite, sono 1036. poi se dice se 1036. hanno dato 20720. quanti daranno 100. 36. & 900. conforme si vede in questo esempio.

	Scuti			
1036	20720	100		2000
		36	daranno	720
		900		18000
				20720

Si vede dunque, che li Capitani hanno hauuto scuti 2000. quali diuisi frà di essi tocca per ciascheduno scuti 200.

200. & li Alfieri hanno hauuto scuti 720. quali similmente diuisi, tocca a ciascheduno scuti 120. così ancora, li Soldati hanno riceuuto scuti 18000 & tocca a ciascheduno scuti 60. conforme si caua facilmente da detto esempio.

Dub. 17. Uno Mercāte venēdo a morte, & facēdo testamento, lascia, che sia dato a sua moglie $\frac{2}{3}$ della sua robba, che erano scuti 18088. & alla figlia $\frac{1}{3}$. & perche haueua vno figlio nella guerra, che pensaua fosse morto; nondimeno lascia, che in caso venisse gli fosse dato $\frac{2}{3}$ della sua robba; more il Mercante, & si fà il caso, che viene il figlio dalla guerra; se dimanda come si deue spartire detta robba, poiche se si dà $\frac{2}{3}$ alla moglie, & $\frac{1}{3}$ alla figlia, non vi resta cosa alcuna, bisogna dunque andare interpretando la volontà del Testatore, & così dicono li Aritmetici douersi dare alla figlia vna parte, & alla moglie vn' altra, che contenghi due volte quella della figlia, & al figlio vna parte, che contenghi due volte le parti della moglie, di modo, che di detta robba si hà da fare 7. parte, vna alla figlia, due alla moglie, & 4. al figlio, & per sapere quanto tocca a ciaschedono, si dice 7. danno 18088. che cosa daranno 4. 2. & 1. conforme si vede in questo esempio.

7	18088	{ 4 2 1 }	daranno	10336 5168 2584	al figlio. alla moglie. alla figlia.
				18088	

Dub. 18. Sono tre compagni, quali si hanno da spartire scuti 1500. in modo tale, che vno habbia d' hauere $\frac{1}{2}$

& il

$\frac{1}{3}$ & il secondo, $\frac{2}{5}$ & il terzo $\frac{4}{15}$ di detti denari 1500. Se dimanda quanto tocca per ciascheduno. In detto, & simili casi, doue si tratta de minutie, bisogna prima redurre dette minutie sotto vno denominatore, conforme habbiamo detto nel Trattato II. di modo, che in detto caso, dette minutie se ridurrãno a questo modo $\frac{75}{225}$ $\frac{90}{225}$ $\frac{60}{225}$ aßummati poi detti numeratori fanno 225. poi si dice se 225 danno 1500 quanti daranno 75. 90. & 60. conforme si vede in questo esempio.

	Scuti				
225	1500	75 90 60	daranno	500 600 400	al 1. al 2. al 3.
				1500	

Dub. 19. Mà si se diceße, che il primo hà da ricercare $\frac{1}{3}$ & dieci scuti di più, il 2. $\frac{2}{5}$ & dieci meno, & il 3. $\frac{4}{15}$ & 15. de più, & li scuti da spartirsi fossero 1515. in simili casi, si assummano quelli scuti, che si hanno a dare oltre le parti, che in questo caso, sarebbono 25. & si leuano da tutta la summa da diuidensi, & si aggiungeno a detta summa quelli scuti, che si hanno a dare meno delle parti, che in questo caso sono 10. di modo, che restariano li scuti da diuidersi in scuti 1500 quali si diuidono, come si è fatto di sopra, poi leuati scuti 10. dal 2 & aggiunti al primo, verrà ad hauere il primo scuti 510. & il 2. scuti 590. aggiunto poi 15. al 3. verrà ad hauere scuti 415 quale partite aßummate insieme fanno 1515.

Dub. 20. Vi è vna botte grande, quale tiene tre buchi nel fondo ineguali, di modo, che aperto il maggiore, si verseria tutto il vino in hore 4. & si se aprisse il più picciolo.

ciolo, si verseria il vino in hore 6. & il minimo, in hore 12. dato caso si aprißero tutti tre detti buchi, in quanto tempo si verseria detta botta di vino? se piglia il tempo del minimo buco, che è 12. & se dice; se hora 4. del buco maggiore versa vna botte, quante ne verserà in hore 12? saranno 3. & se in hore 6 il buco minore versa vna botte, quante ne verserà in hore 12. saranno 2. & il buco minimo in hore 12. vna, di modo, che detti tre buchi versaranno in hore 12. botte 6. diciamo dunque si botte 6. in hore 12. botta vna in quanto tempo si verserà, conforme si vede in questo esempio.

Botte	Hore	Botta	Hore
6	12	1	2.

Da tutti li sopradetti esempij facilmente si può cauare il modo di sciogliere, simili, & altri dubbij, che poßono occorrere in questa regola della Società.

TRAT-

TRATATTO QVINTO
Delle Allegationi.

Che cosa sia Allegationi, & come si facci. Cap. Vnico.

PErche è cosa assai usata frà Mercanti comprare diuersità di mercantie tutte insieme con vno prezzo solo, benche siano in se di diuerso prezzo, però li Aritmetici hanno ritrouato la regola dell'allegatione, che non vuole dire altro, se non che vna compra si fa di diuerse mercantie con vno prezzo solo, benche ciascheduna di esse mercantie habbia diuerso prezzo, & detto prezzo solo se chiama prezzo medio, come v.g. compra vno Mercante 1000. canne di drappo de quali 500. vagliono 6. scuti la canna, & altre 500. a 4. scuti, nondimeno perche questo Mercante non hà più che 5000. scuti vorria mille canne di detti drappi, cioè parte dell'vno, & parte dell'altro. Desidera dunque sapere quante canne gli tocca del primo drappo di 6. scuti la canna, & quante di quello de 4 scuti la canna, questo modo, si chiama regola d'allegatione, conforme con esempij dichiararemo, & diremo il modo come si fà, & per cominciare dall' esempio proposto; si pone detto esempio in questo modo.

Dub. 1. Il primo 6. significa il drappo primo di 6. scuti la canna, & il 4. di sotto significa il secondo drappo di 4. scuti la canna, il 5. significa il prezzo medio, che vole spendere il Mercante, poi si fà l'allegatione frà li 6. & 4. con il prezzo medio, dicendo, che differentia è f

6. & 5. ritroueremo, che sia 1. si fà detto 1. incontro al 4. di sotto, doppò si dice, che differentia è frà il 4. & 5. & se ritroua similmẽte, che sia 1. si pone detto 1. incontro al 6. di sopra, conforme il tutto si vede in detto esempio; si assummano poi

Prezzo	Prezzo	Differentia
Prezzo medio	6	1
	5	
	4	1
		2
		Summa de differentie

dette differentie sotto la linea, che sono due conforme similmente si vede in detto esempio, doue si nota, che quãdo si allega il primo prezzo con il medio, si pone la differentia di esso incontro a l'ultimo prezzo, & allegandosi l'ultimo con detto medio, si pone la differentia in contro al primo, conforme habbiamo fatto in detto esempio.

Doppò, che si è ritrouata la summa delle differentie, come in questo esempio sono 2. si fà la regola del 3. due volte, primieramente se dice, se due (che sono le differentie) danno una canna, quante ne daranno 1. & 1. conforme vedi in questo esempio.

2 1 $\left\{\begin{matrix}1\\1\end{matrix}\right\}$ $\frac{1}{2}$ del primo, $\frac{1}{2}$ del secondo

Doue multiplicato l'uno del 2. loco con il primo del 3. loco, fà similmente 1. quale diuiso al primo numero 2.

fà

fà $\frac{1}{2}$ cioè vno dimidio da porsi nel 4. loco, & così similmente operando con l'altro 1. fà l'istesso effetto, di modo, che si vede, che al Mercante tocca mezza canna del primo drappo, & mezza del 2. si che con scuti 5000. gli toccheriano canne 500. del primo drappo, & altre canne 500 del 2. drappo, poiche si canna 1. vale 6. del primo drappo, quanto valeranno canne 500. & si canna 1. del 2. drappo vale scuti 4. quanto anderanno canne 500. conforme vedi in questo esempio.

Canna	*Scuti*	*Canne*	*Scuti*
1	6	500	3000

Canna	*Scuti*	*Canne*	*Scuti*
1	4	500	2000

ouero diciamo si scuti	*Canne*	*Scuti*	*Canne*
5	$\frac{1}{2}$ *del* 1	5000	500 *del* 1.
	$\frac{1}{2}$ *del* 2		500 *del* 2.

Dub. 2. Vi è vno Mercante, che hà due sorte di vino, vno di scuti 20. la botte l' altro de scuti 12. vi è chi ne voglia botte 300. dell'vno, & dell'altro per scuti 4500. che verria a scuti 15. la botte; se dimanda quante botte gli toccano del primo vino, & quante del 2. & fatto l'esempio in questo modo, se dice, quante sono le differentie, frà li 20. & 15. sono 5. se pongono detti 5. incontro al 12. & le differentie frà le 12. & 15. sono 3.

si pongono detti 3. incõtro al 20. assummate dette differentie, sono 8. poi si fà più volte la regola del Tre perche questa regola ogni cosa risolue con detta regola del Tre, si dice dunque se 8. che sono le differentie, danno vna botte, quante ne daranno 3. & quante 5. conforme vedi in questo esempio.

	Prezzo		Differentie
Prezzo medio	20		3
		15	
	12		5
			8
	Summa de differentie		

8	1	3	$\frac{3}{8}$	del primo
		5	$\frac{5}{8}$	del secondo

Si che si vede, che in vna botte toccheriano 3. ottaue del primo vino, & 5. ottaue del secondo, di modo, che essendo la botte di 8. barili conforme le Romane, che toccheriano 3. barili del primo vino, & 5. del secondo per scuti 15. poi per sapere quante botte de vino toccheriano del primo, & quante del 2. si dice, se scuti 15. hanno dato $\frac{3}{8}$ del primo, & $\frac{5}{8}$ del 2. quanto ne daranno scuti 4500. conforme vedi in questo esempio.

Scuti	Bott.		Scuti	Botte	
15	$\frac{3}{8}$	del 1.	4500	$112\frac{1}{2}$	del 1.
	$\frac{5}{8}$	del 2.		$187\frac{1}{2}$	del 2.

Si

Si che per scuti 4500. toccheriano botte 112. *& mezzo del primo vino, & botte* $187\frac{1}{2}$ *del secondo vino.*

E per sapere quãdo dette operationi siano bene fatte, si vede, cõforme habbiamo detto a farsi nella regola del 3. *cioè si multiplica il primo numero con il* 4. *& il* 2. *con il* 3. *che daranno l'istesso numero, & si vede ancora dalla proportione, che tiene il primo con il* 2. *& il* 3. *con il* 4.

Dub. 3. *Sono due sorte di tela, una, che và giulij* $7\frac{1}{2}$ *la canna, l'altra giulij* 12. *la canna, vi è vnu Mercante, che dosidera* 500. *canne di dette tele, si dimanda quante canne gli tocca della prima tela, & quante della seconda per scuti* 500. *che verriano* 10. *giulij la canna? se ritrouano le differentie di detti prezzi, che sono* 45. *cõforme habbiamo fatto nell' altri esempij, poi si formano le regole del Tre con porre sempre le differẽtie nel primo loco, & si dice se* 45. *danno vna canna, quãte ne darãno* 20. *& quante* 25 *cõforme vedi in questo esempio, & nota, che li giulij sono fatti baiocchi.*

	Prezzo	Differentie
	75	20
Prezzo medio	100	
	120	25
		46
	Summa de differentie	

45 1 20 *daranno* $\frac{20}{45}$ *cioè* $\frac{4}{9}$ *della* 1.
25 $\frac{25}{45}$ *cioè* $\frac{5}{9}$ *della* 2.

Doue si vede, che di vna canne con farne noue parti, ne toccariano 4. parte della prima tela, & 5. della 2. per giulij 10. è per sapere poi quante canne toccariano della prima, & quante della seconda per scuti 500. se diria se giulij 10. hanno dato $\frac{4}{9}$ della prima, & $\frac{5}{9}$ della 2. quante ne daranno scuti 500. conforme vedi in questo esempio.

Giulij	Canne	Giulij	Canne	
10	$\frac{4}{9}$	5000	$222\frac{2}{9}$	della 1.
	$\frac{5}{9}$		$277\frac{7}{9}$	della 2.

Dub. 4. Sono tre sorte di panno di diuerso prezzo, vno costa 5. scuti la canna, il 2. costa scuti 7. & il 3. scuti 10. vi è vno Mercante, che con scuti 1500. vuole canne 200. di detti panni; se dimanda quante canne gli tocca per ciascheduno panno? In detto, & simili casi, si hà da ritrouare primieramente il prezzo quanto vuole pagare le canne di detti panni, quale prezzo è di bisogno non sia minore di 5. scuti, ne maggiore di 10. scuti la cãna, poiche si con diuidere detti scuti 1500. venisse quattro scuti la canna, costui non potria hauere ne anco dell' infimo panno canne 200. & così ancora, se con detta diuisione venisse 15. scuti la canna, gli toccariano più di 200. canne etiam del panno maggiore, di modo, che il prezzo si offerisce, bisogna sia prezzo medio, per sapere dunque si detta offerta sia ben fatte, & quanto verria canna di detti panni, si cognosce per la regola del 3. poiche si canne 200. danno 1500. canna vna quanto darà? come si vede in questo esempio.

Canne	*Scuti*	*Canna*	*Scuti*
200	1500	1	$7\frac{1}{2}$

Si vede dunque detta offerta eßere ben fatta, perche da vno prezzo frà il primo prezzo di scuti 5. & frà l' vltimo de scuti 10. per sapere poi quante canne gli toccariano di tutte tre sorte di panno; se ritrouano prima le sue differentie in questo modo, si fà prima l'allegatione frà il primo 5. con il 10. ouero frà il 7. & il dieci perche detti $7\frac{1}{2}$ è prezzo medio dell'vno, & dell'altro; doppò si dice, che differentia è frà il 7. & $7\frac{1}{2}$ si vede, che è $\frac{1}{2}$ si pone detto dimidio incontro al dieci, & la differentia frà il 10. con detti $7\frac{1}{2}$ sono $2\frac{1}{2}$ quali si pongono incontro al 7. di mezzo; poi si fà l' allegatione frà il 5. & dieci, & si vede, che frà detto 5. con il prezzo medio de $7\frac{1}{2}$ vi è differentia $2\frac{1}{2}$ quali si pongono incontro al 10. appresso del $\frac{1}{2}$ è da 10. al $7\frac{1}{2}$ vi è anco differentia $2\frac{1}{2}$ & si pongono incontro al 7 poi si assummano dette differentie, è fanno 8. conforme il tutto vedi fatto in questo esempio, & ciò fatto; se ritroua per la regola del 3. quante canne tocca di ciascheduno pan-

Prezzo medio	Prezzo	Differentie	
	5	$2\frac{1}{2}$	
	7	$2\frac{1}{2}$	
$7\frac{1}{2}$	10	$\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$
		8	
		Summe de differentie	

panno a detto Mercante per scuti 15 0. mà prima si dice, se 8. differentie danno una canna, quante ne daranno $2\frac{1}{2}$ & $2\frac{1}{2}$ & 3. conforme si vede in questo esempio.

8	1	$2\frac{1}{2}$	daranno	$\frac{5}{16}$	del 1.
		$2\frac{1}{2}$		$\frac{5}{16}$	del 2.
		3		$\frac{3}{8}$	del 3.

Doue si vede, che in una canna toccariano palmi $2\frac{1}{2}$ del primo $2\frac{1}{2}$ del 2. & 3. palmi del 3. quante canne dunque daranno di tutte tre sorte di panno scuti 1500. si vede da questo esempio.

Scuti	Canne	Scuti	Canne
	$\frac{5}{16}$		$62\frac{1}{2}$ del. 1.
$7\frac{1}{2}$	$\frac{5}{16}$	1500	$62\frac{1}{2}$ del 2.
	$\frac{3}{8}$		75 del 3.
			200

Dub. 5. Sono tre sorte d'argento uno, che vale 30. scuti la libra, il 2. 26 & il 3 24. vi è uno, che ne vuole libre 100. di tutte tre le sorti per scuti 2600. quali usati per la regola del 3. si vede, che verria la canna scuti 26. conforme vedi in questo esempio.

Libre	Scuti	Libra	Scuti
100	2600	1	26

Ritrouato il prezzo medio si pigliano le differentie, conforme si è fatto di sopra, & conforme si vede fatto in questo esempio; & alleg.ndo il 30 con il 24. si vede, che frà il 30. con il 26. prezzo medio, vi sono 4. de diffe-

fe-

ferentia, quali si pongono incontro al 24. & le differētie frà 24. & 26. prezzo medio, sono 2 & si pongono incontro al 30. doppò si fà l' allegatione frà il 26. & 24. ouero con il 30. di sopra, mà fatto nel primo modo, conforme stà fatto in detto

Prezzo medio	Prezzo	Differentie	
	30	2	
26	26	2	
	24	4	0
		8	
Summa de differentie			

esempio, si vede, che non è differentia alcuna frà il 26. cō il prezzo medio, che è similmente 26. però si fà zero incontro al 24. è doppò il primo 4. di differentia, & ritornando a pigliare le differentie frà li 24. & 26. sono 2. quali si pongono incontro al 26. assummate poi dette differentie, sono 8. & si dice, per la regola del 3. si 8. differentie danno vna canna, che daranno 2, 2. & 4. conforme vedi in questo esempio.

8 1 { 2, 2, 4 } *daranno* $\frac{2}{8}$ *del* 1. $\frac{2}{8}$ *del* 2. $\frac{4}{8}$ *del* 3.

Di modo, che per scuti 26. haueria $\frac{2}{8}$ del primo argento $\frac{2}{8}$ del 2. & $\frac{4}{8}$ del 3. per sapere poi quante libre gli toccaria di ciascheduno di detti argenti, si dice similmente per la regola del 3. si scuti 26. hanno dato $\frac{2}{8}$ del primo $\frac{2}{8}$ del

del 2. & $\frac{4}{8}$ del 3. quanto ne daranno scuti 2600. conforme vedi in questo esempio.

Scuti	Libre	Scuti	Libre		
	$\frac{2}{8}$		25	del	1.
26	$\frac{2}{8}$	2600	25	del	2.
	$\frac{4}{8}$		50	del	3.

Mà perche habbiamo detto, che il prezzo del secondo argẽto si poteua allegare tãto cõ il prezzo del 1. quãto cõ il prezzo del 3. all' hora saria venuto l' esempio a questo modo, & le differentie sariano 10. si diria, dunque, se differentie 10 danno vna libra, quanto ne daranno le differentie 2. 4. & 4. conforme si vede in questo esempio.

	Prezzo	Differentie
Prezzo medio	30	2 0
	26	4
	24	4
		10
	Summa di differentie	

		2		$\frac{2}{10}$	cioè $\frac{1}{5}$	del	1.
10	1	4	daranno	$\frac{4}{10}$	cioè $\frac{2}{5}$	del	2.
		4		$\frac{4}{10}$	cioè $\frac{2}{5}$	del	3.

Per sapere poi quante libre ne gli toccaria di ciascheduna sorte d' argento, se diria, se scuti 26. hanno dato $\frac{1}{5}$ del

del 1. $\frac{2}{5}$ del 2. & $\frac{2}{5}$ del 3. che cosa daranno scuti 2600. conforme vedi in questo esempio.

Scuti	*Libre*	*Scuti*	*Libre*	
	$\frac{1}{5}$		20	*del* 1.
26	$\frac{2}{5}$	2600	40	*del* 2.
	$\frac{2}{5}$		40	*del* 3.
			100	

Dub. 6. Sono quattro sorte d'Aromati, cioè pepe, che vale 4. giulij la libra; garofali, che vale a 3. giulij la libra, cannella, che vale a 6. giulij la libra, & zaffaranno, che vole 10. giulij la libra; desidera vn Mercante libre 100. di detti Aromati per scuti 70. che viene a 7. giulij la libra; desidera sapere quante libre gli toccano di ciascheduno di detti Aromati, se ritrouuno primieramente le differentie, cõforme si è fatto nell'altri esempij; mà in questo esempio si allegano prima li 4. con li 10. & poi il 3. con l'istesso 10. & similmente il 6. con detto 10. aßummate poi tutte le differentie sono 17. si dice dunque per la regola del 3.

	Prezzo	Differentie
	4	3
	3	3
	6	3
Prezzo medio 7		
	10	3. 4. 1
		17
		Summa di differentie

se differentie 17. danno vna libra, quante ne daranno 3. 3. 3. & 8. conforme si vede in questo esempio.

Per sapere poi quante libre ne gli toccaria per ciascheduno di detti Aromati per scuti 70. si dice per l'istessa regola del 3. se giulij 7. hanno dato $\frac{3}{17}$ *del 1.* $\frac{3}{17}$ *del 2.* $\frac{3}{17}$ *del 3. &* $\frac{8}{17}$ *del 4. che cosa daranno giulij 700. conforme vedi in questo esempio.*

Giulij		Giulij	
7	$\frac{3}{17}$ $\frac{3}{17}$ $\frac{3}{17}$ $\frac{8}{17}$	700	$17\frac{77}{119}$ del 1. $17\frac{77}{119}$ del 2. $17\frac{77}{119}$ del 3. $47\frac{7}{119}$ del 4.

In questo esempio si è da notare, che il prezzo medio di 7. si pone in mezzo del 6. & 10. per significare, che tutti li prezzi di detto esempio, si deuono allegare con l'vltimo, cioè con il 10. poi che detto 7. non si può chiamare prezzo medio del 4. & 3. ne di 3. & 6. però si pigliano le differentie frà il primo 4. & 7. che sono 3. & si pongono incontro al 10. poi si pigliano le differentie del 10. con il 7. che sono 3. & si pongono incontro al 4.

poi

poi ſi pigliauo le differentie del ſecondo prezzo 3. in 7. che ſono 4. & ſi pongono al 10. doppò le prime differentie 3. & ſi pigliano di nouo le differentie del 10. con il 7. che ſono 3 & ſi pongono incontro al ſecondo prezzo 3. con il quale ſi è fatta l allegatione, doppò ſi pigliano le differentie del 6. con 7. che è vno, & ſi pone al 10. nel 3. loco delle differentie del 10. & di nuouo pigliando le differentie del 10. che ſono 3 ſi pongono incontro al 6. con il quale ſi è fatta l'allegatione; di modo, che il 10. viene ad hauere tre ſorte di differentie, perche ſi è fatta l'allegatione con tre numeri, conforme il tutto vedi nel detto eſempio.

Mà ſe il 2. ò 3. prezzo foſſe ſtato 8. ò 7. all'hora toccaua porſi il prezzo medio in mezzo frà in 2. & 3 prezzo, conforme vedi in queſto eſempio, & ſe fariano le operationi con le differentie, le quali ſono 11. conforme ſi è fatto di ſopra.

Prezzo medio	Prezzo	Differentie
	4	3
	3	1
7	8	4
	10	3
		11
	Summa di differentie	

Così ancora ſi detti Aromati foſſero de cinque ſorti, cioè pepe, garofali, cannella, zaffarano, & noce muſcata, & li prezzi foſſero 4. 3. 6. 10. & 8. è detto Mercante di tutti, ne voleſſe libre 100. per ſcuti 70. in tal caſo l'eſempio verria in queſto modo, poi ſi pigliano le

dif-

differentie frà il 4. & 7. che sono 3. quale si pongono incontro l' otto, & così ancora le differentie frà 8 & 7. sono vno, si pone incontro al 4. appresso si pigliano le differentie del 3. con detto 7. che sono 4. quali si pongono incontro al 10 & le

Prezzo medio		Prezzo	Differentie	
		4	1	
		3	3	
	7	6	1	
		10	4	
		8	3.	1.
			13	
			Summa di differentie	

differentie di detti 10. con 7. che sono 3. & si pongono incontro al 3. poi si fà l' allegatione frà il 6. & 8. & se potria fare ancora con il 10. perche detto 7. è prezzo medio dell' vno, & l'altro, la differentia dunque del 6. è vno, & si pone incontro l'otto come vedi essere fatto, & la differentia similmente di 8. con il 7. è vno, quale si pone incontro al 6. & summate tutte dette differentie, sono 13. dipoi si forma la regola del 3. due volte, primieramente si dice, se le differentie 13. daranno vna libra, che cosa darà 1. 3. 1. 4. & 4. conforme vedi in questo esempio.

		1		$\frac{1}{13}$	del	1.
		3		$\frac{3}{13}$	del	2.
13	1	1	daranno	$\frac{1}{13}$	del	3.
		4		$\frac{4}{13}$	del	4.
		4		$\frac{4}{13}$	del	5.

Dipoi

Dipoi si dice se giulij 7. danno $\frac{1}{13}$ del 1. $\frac{3}{13}$ del 2. $\frac{1}{13}$ del 3. $\frac{4}{13}$ del 4. & $\frac{4}{13}$ del 5. che cosa daranno giulij 700. conforme vedi in questo esempio.

Giulij		Giulij		
	$\frac{1}{13}$		$7\frac{63}{91}$	del 1.
	$\frac{3}{13}$		$23\frac{7}{91}$	del 2.
7	$\frac{11}{13}$	700	$7\frac{63}{91}$	del 3.
	$\frac{14}{13}$		$30\frac{70}{91}$	del 4.
	$\frac{4}{13}$		$30\frac{70}{91}$	del 5.

In questo esemplo è similmente da notare, che il 4. primo conforme si è allegato con l'otto, si poteua ancora allegare cō il 10. come habbiamo detto di sopra, così ancora il 3. conforme si è allegato con il 10. si poteua allegare con l'otto, & si ancora il 6 si poteua allegare con il 10. di modo, che quando occorrono diuersi prezzi, sempre si possono allegare l'uno con l'altro, purche detto prezzo medio, si possi dire medio, a rispetto di detti 2. prezzi, che si hāno d'allegare, di modo, che questo esempio allegato a quest'altro modo, saria venuto di quest'altra maniera.

Prezzo medio	Prezzo	Differentie	
	4	3	
	3	1	
7	6	3	
	10	3	1
	8	4	
		15	
	Summa di differentie		

Poi si saria pi-

gliato la ſumma delle differentie, che ſono 15. & facte l'operationi, conforme ſi è fatto di ſopra; cioè ſe differentie 15. danno vna libra, che daranno 3. 1. 3. 4. & 4. conforme ſi vede fatto in queſto eſempio.

		3		$\frac{3}{15}$	del 1.
		1		$\frac{1}{15}$	del 2.
15	1	3	*daranno*	$\frac{3}{15}$	del 3.
		4		$\frac{4}{15}$	del 4.
		4		$\frac{4}{15}$	del 5.

Et ſe giulij 7. hanno dato $\frac{3}{15}$ $\frac{1}{15}$ $\frac{3}{15}$ $\frac{4}{15}$ & $\frac{4}{15}$ di detti Aromati, che coſa daranno giulij 700. conforme ſi vede in queſto eſempio.

Giulij		Giulij		
	$\frac{3}{15}$		20	del 1.
	$\frac{1}{15}$		$6\frac{70}{105}$	del 2.
7	$\frac{3}{15}$	700	20	del 3.
	$\frac{4}{15}$		$26\frac{70}{105}$	del 4.
	$\frac{4}{15}$		$26\frac{70}{105}$	del 5.

Si può nondimeno queſto eſempio allegarſi di vn'altro modo, cioè, allegando prima il 4. con l'otto, & poi di nuouo con il 10. così ancora il 3. con l'otto, & con il 10. ſimilmente il 6. con il 10. & con l'otto di modo, che detto eſempio verria in queſto modo, & pigliando le differentie, che ſaranno 28. ſi fanno l'operationi, conforme di ſopra, formando prima la regola del 3. che verria nel ſeguente modo.

Prez-

		Prezzo	Differentie		
Prezzo medio		4	1	3	
		3	1	3	
	7	6	3	5	
		10	3	4	1
		8	3	4	1
			28		
		Summa di differentie			

28	1	4	darauno	$\frac{4}{28}$ del 1.
		4		$\frac{4}{28}$ del 2.
		4		$\frac{4}{28}$ del 3.
		8		$\frac{8}{28}$ del 4.
		8		$\frac{8}{28}$ del 5.

Dipoi si dice, se giulij 7. danno vna libra così diuisa, che daranno giulij 700. conforme quiui vedi.

Giulij		Giulij	
7	$\frac{4}{28}$	700	$14\frac{\,}{1}\frac{5}{9}\frac{6}{6}$ del 1.
	$\frac{4}{28}$		$14\frac{\,}{1}\frac{5}{9}\frac{6}{6}$ del 2.
	$\frac{4}{28}$		$14\frac{\,}{1}\frac{5}{9}\frac{6}{6}$ del 3.
	$\frac{8}{28}$		$28\frac{1}{1}\frac{1}{9}\frac{3}{6}$ del 4.
	$\frac{8}{28}$		$28\frac{1}{1}\frac{1}{9}\frac{2}{6}$ del 5.

Dub. 7. *Vno Mercante con 600. scuti vuole compra-*

prare 6. sorte de Aromati, & ne desidera 600. libre, il primo è il pepe, che costa 8. giulij la libra, il 2. sono garofali, che costano 6. giulij la libra, il 3 è zaffarano, che costa 9. giulij la libra il 4 è noce moscata, che costa 11. giulij la libra; il 5. è cinnamomo, che vale 12. giulij la libra, & il 6. sono spetie, che vanno 14. giulij la libra; se dimanda quante libre, di ciascheduno di detti Aromati hauerà detto Mercante, per 600. scuti, & già si vede, che il prezzo medio è 10. giulij si possono, poi fare le allegationi frà il pepe, & spetie, di poi frà li garofali, & cinnamumo & vltimamente frà il zaffarano, & noce mascato, perche, frà tutti questi prezzi, il 10. è prezzo medio, le differẽtie dunque trà l'otto con il 10 sono 2. si pongono dette 2. incontro al 14

Prezzo medio		Prezzo	Differentie
10	Pepe	8	4
	Garofali	6	2
	Zaffarano	9	1
	Noce mos.	11	1
	Cinnam.	12	4
	Spetie	14	2
			14
	Summe di differentie		

& le differentie delli 14. con dieci, sono 4. & si pongono l'otto, le differentie del 6. delli garofali sono 4. con il 10 & le differentie di 12. al cinnamomo sono 2. le 4. si pongono incontro al 12. & le 2. incontro al 6. per la terza allegatione, la differentia del 9. con li 10. è vno, che si pone incontro li 11. & la differentia delli 11. con 10. è similmente 1. & si pone incontro al 9. si potrebbe ancora fare la prima allegatione frà l'otto, & li 11. la secon

da

da frà il 6 & 12 & la terza frà il 9. & 14. & verria l' esempio in questo modo, poi si fanno le operationi due volte per la regola del tre conforme habbiamo detto farsi in tutti l' altri esempij già detti, il che può bastare per dette allegationi.

Prezzo medio		Prezzo	Differentie
		8	1
		6	2
		9	4
	10	11	2
		12	4
		14	1
			14
			Summa de differentie

TRATATTO SESTO
Delle false positioni.

Che cosa sia falsa positione, & come si facci detta regola. Cap. I.

FAlsa positione non è altro, che vno numero, il quale si pigli a per sodisfare à qualche dubbio proposto, & benche con tale numero non si sodisfi, per ritrouarsi falsamente pigliato, nondimeno da detto numero falso, se viene in cognitione della verità del dubbio proposto. Detta positione può essere di due modi, cioè semplice, ò doppia; la simplice è, quando al dubbio si sodisfa con pigliare vno numero solo qual si sia; che per ciò, si dice regola del falso simplice, la doppia è, quando per sodisfare à qualche dubbio proposto, si pigliano 2. numeri, li quali benche falsi, fanno nondimeno venire in cognitione della verità, & questa suole chiamarsi regola del falso doppio, conforme il tutto chiariremo con esempij.

Differiscono queste due regole frà di se, in quanto, che con la seconda regola si possono sodisfare à tutti li dubbij, quali si sciogliono per la prima regola; mà non già quelli, che si sciogliono per la seconda, si possono sciogliere per la prima; quelli poi dubbij si sciogliono per la prima regola, quali hanno l' istessa proportione in qualsiuoglia numero, grande, ò picciolo, che sia; come $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{4}$ così ancora li numeri duplicati, triplicati, quadruplicati, &c. di modo, che essendo assai dubbij, che si possono sciogliere per detta prima regola con più facilità, che si se sciogliessero per la

seconda; per tanto in questo primo capitolo diremo solo delli dubbij, che si sciogliono con questa prima regola, & nel 2. diremo della seconda regola.

Di modo, che essendo proposto qualche dubbio, si piglia qual numero si sia, & si con quello si sodisfa bene, & quãdo non si sodisfa, si viene in cognitione della verità per la regola del tre, conforme mostraremo con esempij.

Dub. 1. Tre Mercanti hanno caricato uno vascello con 7200. scuti di mercantie, con questo ordine, che il secondo Mercante vi hà messo il doppio di quello hà messo il primo, & il 3. hà messo triplicatamente di quello hà messo il 2. è fatta tempesta nel mare, si perdono tutte dette mercantie; se dimanda quanto ciascheduno hà perso in detta tempesta? poniamo, che il primo habbi messo scuti 500. & per consequenza quelli del 2. sariano 1000. & quelli del 3. 3000. quali uniti insieme summano 4500. & noi habbiamo di bisogno, che summassero 7200. di modo, che la prima positione pigliata di scuti 500. è falsa, nondimeno da detta falsa haueremo la vera, si dice dunque per la regola del tre, si scuti 4500. prouengono da 500. da doue proueniranno scuti 7200. come questo esépio dimostra.

4500 500 7200 800

Siche dunque la prima positione doueua essere di scuti 800. per il primo Mercante, & per consequenza quelli del 2. sariano 1600. & quelli del 3. 4800. quali uniti insieme summano 7200. Si possono ancora ritrouare li denari del 2. & 3. Mercante con l' istesse loro positioni, dicendo, si 4500. prouengono da 1000. positione del 2. & 3000. positione del 3. da doue proueniranno li 7200.

conforme dimostra questo esempio.

4500	*da*	1000 *del* 2	7200	1600 *del* 1
		3000 *del* 3		4800 *del* 2

Nondimeno basta ritronare il primo numero vero, & poi facilmente, se cognoscono l'altri.

Dub. 2. Vno Signore fù dimandato quanto spendesse l'anno nella casa, rispose, che $\frac{1}{3}$ *delli suoi denari andaua per vitto* $\frac{1}{4}$ *andaua per vestire, &* $\frac{1}{6}$ *per Seruitori, e corrozza, & in queste tre cose spendeua l'anno* 6750. *scuti, se dimanda quanto questo Signore hauesse di rendita l'anno? poniamo, che habbi scuti* 12000. *l'anno, & per consequenza vno terzo sarà* 4000. *vno quarto sarà* 3000. *& vno sesto sarà* 2000. *quali vniti insieme, summano scuti* 9000. *& noi habbiamo di bisogno, che summassero* 6750 *di modo, che la prima positione di scuti* 12000. *è falsa, per ritrouare la vera, diciamo; se scuti* 9000. *prouengono dà scuti* 12000. *da doue prouenirann scuti* 6750. *conforme si vede in questo esempio.*

9000 *da* 12000 6750 9000

Di modo, che la prima positione vuole essere di scuti 9000. *& tanta è la rendita di detto Signore poiche* $\frac{1}{3}$ *sono* 3000. $\frac{1}{4}$ 2250. *&* $\frac{1}{6}$ 1500. *quali vniti summano* 6750.

Dub. 3. Vno Mercante, dimandato in quanto era fallito, rispose, che lui haueua perso il doppio di quello se ritrouaua al presente, anzi ancora $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ *più di quello si ritrouaua, quali denari se al presente hauesse, haueria scuti* 12250. *se dimanda quanti denari costiui se ritroui, &*

quan-

quanti ne habbia perso? poniamo, che ne habbia 600. & così per cõsequenza, il duplicato perso, sariano 1200. & poi $\frac{1}{2}$ sariano 300. & $\frac{1}{4}$ sariano 150 quali tutti summano scuti 2450. doueuano summare 12250. diciamo dunque se li scuti 2450. prouengono da 600. da doue prouenirãno 12250. conforme si vede in questo esempio.

2450 600 12250 3000

Si che li denari, che al presente si ritroua questo Mercante sono scuti 3000. & li denari persi sono scuti 9250. poiche sottratti detti 3000. da 12250. restano 9250. è che sia il vero, il duplicato di 3000. sono 6000. la metà di 3000. sono 1500. & il 3. sarà 1000. & il 4. sarà 750 quali summano scuti 9250. cioè li persi, à quali aggiunti li 3000. che al presente, summano scuti 12250.

Dub. 4. Vno Mercante hà comprato 2040. scuti di tre sorte di drappo con questa conditione, che il primo vagli tre volte di quello väle il secondo, & il secondo vagli quattro volte di quello vale il terzo. Si dimanda quanto detto Mercante habbi speso in ciascheduno di questi drappi? poniamo, che nel primo habbi speso scuti 1200 & per consequenza nel 2. 400. & nel 3. 100. detti assummati insieme, fanno scuti 1700. doueuano summare 2040. Diciamo dunque se scuti 1700. prouengono da 1200. da doue proueniranno scuti 2040. conforme vedi in questo esempio.

1700 da 1200 2040 1440

Di modo, che scuti 1440. costa il primo drappo, il 2 per consequenza costa 480. & il 3. scuti 120. quali as-

um-

summati insieme fanno scuti 1440. è si vede similmente, che il primo costa tre volte più del 2. & il 2. quattro volte più del 3.

Dimandato vn Filosofo, quanti discepoli hauesse, & quanti Filosofi haueua fatto, rispose, che haueua fatto altre tanto Filosofi, quanti discipoli al presente si ritrouaua, anzi $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ de più, di modo, che se vi fosse vn altro sariano 112. si dimanda quanti discepoli hauesse all' hora detto Filosofo. Doue è da aduertire, che questo dubbio non si può sciogliere per questa regola, così però, conforme viene proposto per causa di quell'vno di più, il quale non hà proportione alcuna con le parti proposte: si hà dunque da ritrouare vno numero, il quale dupluato, & poi aggiuntoui $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ facci 111. al quale poi aggiunto vno facci 112. conforme al dubbio proposto, poniamo, che detto Filosofo habbi 24 discepoli, quali duplicati sono 48 vno dimidio, sono 12. vn 3. sono 8. & vn quarto sono 6. quali vniti con detti 48. summano 74. doueuano summare 111. diciamo dunque si 74. prouengono da 24. da doue prouenirano 111. conforme vedi in questo esempio.

74 24 111 36

Si che si vede, che li discepoli del Filosofo sono 36. poi che aggiuntoui altri 36. fanno 72. & vno dimidio, cioè 18. fanno 90. & $\frac{1}{3}$ cioè 12. fanno 102. & $\frac{1}{4}$ cioè 9. fanno 111. a quali aggiunto uno fanno 112.

Dub. 6. Uno Giocatore perse una volta giocando $\frac{1}{3}$ delli suoi denari, dipoi ne perse $\frac{2}{5}$ di modo, che di tutti li denari, ce ne restorno solamente scuti 300. si dimanda quanti scuti hauesse costui auanti, che giocasse, & quanti

de-

denari perse in detto gioco; poniamo, che hauesse scuti 600 da quali leuati $\frac{1}{3}$ cioè scuti 200. & $\frac{2}{5}$ cioè scuti 240. restano scuti 160. doueriano restare 300. diciamo dunque, si scuti 160. prouengono da scuti 600. da doue proueniranno scuti 300. conforme si vede in questo esempio.

160 600 300 1125

Di modo, che haueua detto giocatore scuti 1125. & la prima volta perse scuti 375 cioè $\frac{1}{3}$ & la seconda volta scuti 450. cioè $\frac{2}{5}$ che summano scuti 825. persi, à quali aggiunti li 300. ad esso rimasti fanno 1125. conforme vedi nell'esempio.

Dub. 7. Dimandato vn Mercante, quanto hauesse guadagnato in vna certa mercantia, rispose; hò guadagnato tanto, che $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ & $\frac{2}{5}$ di detti denari, summano scuti 178. si dimanda quanti denari guadagnasse costui in detta mercantia; poniamo, che fossero scuti 60. de quali $\frac{1}{2}$ sono 30. $\frac{1}{3}$ sono 20. $\frac{1}{4}$ sono 15. & $\frac{2}{5}$ sono 24. quali tutti summano 89 doueriano essere 178. diciamo dunque, se 89. prouengono da 60. da doue proueniranno 178. conforme vedi in questo esempio.

89 60 178 120

Si che sono li scuti guadagnati 120. de quali $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ & $\frac{2}{5}$ cioè 60. 40. 30. & 48. summano scuti 178.

Se alcuno dicesse. Ritrouatemi vno numero, dal quale sottratto $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ il residuo sia 6. questi, & simili dubbij sogliono alle volte essere dimandati da ignoranti; poiche conforme è impossibile sottraere 20. da 15, per essere minor numero il 15. che non è il 20. così ancora è ignoran-

rantia volere sottraer dette parti da vno integro, essendo più dette parti, che non è vno integro.

Dub. 8. Dimandato vn certo huomo quanti denari hauesse in cassa, rispose non saperlo; mà sapeua bene, che si à quelli, che lui hà, vi si aggiungeßero $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ di detti denari con altri scuti 50. hauerebbe scuti 250. per sapere detto dubbio, si sottraeno prima li 50. per la causa detta nel 5. Dub. & poi si hà da ritrouare vno numero, al quale aggiunto $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ siano scuti 200. à quali poi aggiunti li 50. faccino 250. Poniamo, che detto Mercante habbi scuti 48. à quali aggiunti 24. cioè $\frac{1}{2}$ & 16. cioè $\frac{1}{3}$ & 12 cioè $\frac{1}{4}$ summano scuti 100. doueuano summare scuti 200. diciamo dunque, si scuti 100. prouengono da 48. da doue proueniranno scuti 200. conforme vedi in questo esempio.

100 48 200 96

Sono dunque in detta cassa scuti 96 à quali aggiunti $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ cioè 48. 32. & 24. summano scuti 200. & aggiūtoui 50. fanno 250. conforme la risposta data.

Dub. 9. Si hanno da macinare 500. rubbij di grano in 5. molini vno de quali in vn' hora macina 7 rubbij di grano, il secondo molino ne macina 5. il terzo 4. il quarto 3. & il quinto vno, si dimanda in quanto tempo si macinaranno detti 500. rubbij di grano, & quanto grano si deue porre in ciascheduno molino? Poniamo in hore 6. in dette hore lo primo molino macinarà 42. rubbij di grano, il secondo 30. il terzo 24. il quarto 18. il quinto 6. che in tutto sono rubbij 120. deuono eßere 500. diciamo dunque, si rubbij 120. si macinano in hore 6. in quante si macinaranno rubbij 500. come vedi in questo esempio.

Si

120 6 500 25

Si che in hore 25. si macinariano 500. rubbij di grano è per conseguenza il primo molino in dette hore macinaria rubbij 175. il secondo 125. il terzo 100. il quarto 75. & il quinto 25. che in tutti summano 500.

Dub. 10. Vno Mercante in vna fiera ha guadagnato tanti denari, che viene ad hauere treplicatamente di quel lo lui portò in detta fiera. Et andando in vn'altra fiera con tutti detti denari, si fece cinque volte più di quello portò, & di nuouo andando in vn' altra fiera, si fece 4. volte più di quello haueua, di modo, che se ritroua scuti 9600. si dimanda quanti denari portò detto Mercante nella prima fiera? quiui si hà da ritrouare vno numero, il quale multiplicato per tre, & poi detta summa multiplicata per 5. & questa similmente multiplicata per 4. faccino scuti 9600. Poniamo siano stati scuti 50 quali multiplicati per tre, sono 150. & detti multiplicati per 5. sono 750. quali similmente multiplicati per 4. sono 3000. noi vogliamo, che siano 9600. diciamo dunque si scuti 3000. prouengono da 50. da doue prouenirano scuti 9600. conforme si vede in questo esempio.

3000 50 9600 160

Di modo, che li primi denari furno 160. poiche multiplicati per 3. sono 480. & questi multiplicati per 5. sono 2400. quali multiplicati per 4. sono 9600.

Dub. 11. Fù dimandato vno Romita, quanti anni era dimorato nell'Eremo? rispose, sono tanti anni, che se vi si aggiungesse $\frac{1}{2}$ cioè vn'altra metà, & poi da detta summa

ma se ne leuasse $\frac{1}{4}$ di detti anni, sariano anni 99. Se dimanda, quanti anni poteua hauere di Eremo detto Romita. In questo dubbio si hà da ritrouare vno numero, al quale aggiunto $\frac{1}{2}$ & poi sottrattone $\frac{1}{4}$ faccino 99. poniamo, che hauesse anni 40. à quali aggiunto 20. cioè $\frac{1}{2}$ sono 60. da quali sottratti $\frac{1}{4}$ cioè 15. restano 45. mà noi vogliamo, che restino 99. però diciamo, se 45. prouengono da 40. da doue proueniranno 99. conforme vedi in questo esempio.

45 40 99 88

Haueua dunque detto Romita 88. anni di Eremo, poi che giunti ad 88. vno dimidio, cioè 44. summano 132. da quali sottratti $\frac{1}{4}$ cioè 33. restano 99.

Dub. 12. Alcuni forastieri andando in Roma, è scoprendo da lontano, parte della Cupula di S. Pietro, vno di essi giudicò detta parte di Cupula essere canne 60. & disse esserui ancora da scoprire $\frac{1}{3}$ & $\frac{2}{5}$ di detta Cupula, se dimanda quanto saria alta detta Cupula, conforme à questo parlare? Habbiamo à ritrouare vno numero, dal quale sottratto $\frac{1}{3}$ & $\frac{2}{5}$ resti canne 60; Poniamo, che siano canne 120. da quali leuati $\frac{1}{3}$ cioè 40. & $\frac{2}{5}$ cioè 48. restano 32. mà hanno da restare 60. si dice dunque si 32. prouengono da 120. da doue proueniranno 60. conforme vedi in questo esempio.

32 120 60 225

Si che canne 225. saria la Cupula di S. Pietro conforme al parlare di detto huomo; poiche leuate $\frac{1}{3}$ da 225. cioè 75. & $\frac{2}{5}$ cioè 90. resteriano canne 60.

Dub. 13. Se dimãda qual sia quel numero, quale multi-

pli-

plicato per 3 & detto mult plicato per 4. & poi detto multiplicato per 6. con aggiungersi 28. facci la summa di 1900. da questo numero, si hanno primieramente da sottraere detti 28 per la raggione detta di sopra nel dubbio 5. di modo, che restariano 1872. dipoi si hà da ritrouare vno numero, il quale multiplicato per 3. & detto multiplicato per 4. & questo multiplicato per 6. facci 1872. à quali con aggiungere 28. faccino 19 0. Poniamo, che siano 50. quali multiplicati per 3. fanno 150. & detti multiplicati per 4. fanno 600. quali multiplicati per 6 fanno 3600. mà doueuano fare 1872. diciamo dunque, si 3600. prouengono da 50. doue proueniranno 1872. conforme vedi in questo esempio.

3600 50 1872 26

Di modo, che il 26. è il numero si dimandaua, poiche multiplicato per 3. fanno 78. & detti multiplicati per 4. sono 312. quali multiplicati per 6. fanno 1872. a quali aggiunto li 28. summano 1900.

Dub. 14. La Grotte di Puzzuolo in Napoli per $\frac{1}{5}$ è vn poco lucida da vna parte, per $\frac{1}{3}$ è totalmente oscura, per $\frac{2}{9}$ non è tanto lucida, ne tanto oscura; è per passi 25. è totalmente lucida dall'altra parte, si dimanda, quanto saria lunga detta grotte, conforme à questo parlare, quiui si hà da ritrouare vno numero dal quale con leuarne $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{3}$ & $\frac{2}{9}$ resti 25. poniamo essere passi 45. da doue leuati $\frac{1}{5}$ cioè 9. & $\frac{1}{3}$ cioè 15. & $\frac{2}{9}$ cioè 10. restaranno 11. doueuano restare 25. si dice dunque, se 11. prouengono da 45. da doue proueniranno 25. conforme vedi in questo esempio.

Sa-

11 45 25 $102\frac{3}{11}$

Sarebbe dunque, conforme la detta suppositione, detta grotte di passi $102\frac{3}{11}$ poiche leuatone $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{3}$ & $\frac{2}{9}$ cioè $20\frac{1}{2}$ $34\frac{1}{11}$ $22\frac{7}{9}$ restano 25.

Dub. 15. Vno Mercante hà speso scuti 3750. in canne 1000. di due sorte di panni; mà 500. canne costano il doppio più dell'altre 500 si dimanda quanto hà speso detto Mercante per ciascheduna canna di detto panno. Poniamo, che siano 2. scuti al primo, & per consequenza 4. al 2. di modo, che il primo panno costarà scuti 1000. & altre canne 500. del secondo panno, costaranno scuti 2000. che in tutto sono 3000. mà hanno da essere 3750 diciamo dunque, se scuti 3000. prouengono da scuti 2. da doue prouenitanno scuti 3750. conforme vedi in questo esempio.

3000 2 3750 $2\frac{1}{2}$

Costa dunque la canna del primo panno due scuti, & mezzo, & per consequenza il secondo 5. scuti la canna, e così le prime canne 500. vengono scuti 1250. & l'altre 500. del secondo panno, 2500. quali vniti insieme summano scuti 3750. il che basti per questa prima regola.

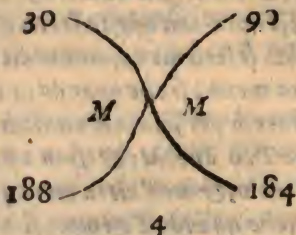
Delle false positioni doppie Cap. II.

H*Abbiamo detto sino adesso delli dubbij quali si sciogliono con vna falsa positione; Adesso diremo di*

quelli

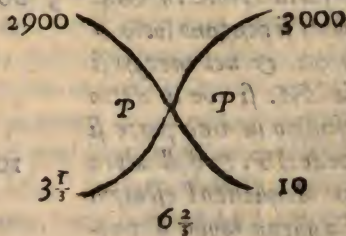
quelli dubbij, quali si sciogliono con due false positioni, quando però con dette positioni, non si sodisfacesse al dubbio, & all'hora il numero souerchio, ò meno, che si è pigliato, si nota con questa lettera P. si sarà souerchio, ouero M. si sarà meno, di modo, che il P. dirà più, & lo M. dirà meno; si che quando in dette due positioni si è fatto errore, ò per souerchio numero, ò meno pigliato, si faranno due P. ò due M. & si in vna si fosse pigliato numero souerchio, & nell'altra meno, si fà vn P. & vno M. di modo, che quando l'esempio si vederanno due P. & due M. all'hora si sottrae vno di detti numeri minore del maggiore, & il residuo si serba per diuisore; mà quando si vedrà nell'esempio vn P. & vno M all'hora si vniscono detti numeri insieme per farne detto diuisore, è fatto questo, si multiplica il numero prima pigliato con l'errore del secondo numero pigliato, & il numero secondo pigliato, con l'errore del primo numero pigliato, è si nell'esempio saranno ò due P. ò due M all'hora similmente vno di detti numeri multiplicati, cioè il minore si sottrae dal maggiore, & il rimanente si diuide al diuisore serbato, il cotiente del quale sarà il numero, che si và cercando; mà si nell'esempio sarà vn P. & vno M. si pigliano li due numeri similmente multiplicati come di sopra, & se ne fà vna summa, da diuidersi a detto diuisore; conforme il tutto si chiarirà meglio con esempij:

Dub. 1. *Si dimanda qual sia quel numero, dalla metà del quale leuato* $\frac{2}{3}$ *&* $\frac{1}{5}$ *habbi da restare* 190. *Poniamo* 30. *per schiuare le minutie, da detto numero leuato la metà restano* 15. *dal quale leuati* $\frac{2}{3}$ *cioè* 10. *&* $\frac{1}{5}$ *cioè* 3. *restano due, & noi vogliamo, che restino* 190. *di modo, che si è fatto errore in* 188. *si pone detto numero* 30. *prima pigliato a mano sinistra della croce dalla parte di*

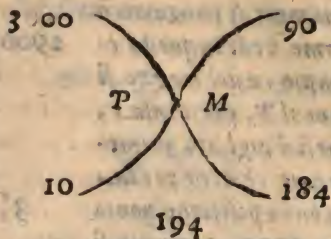
sopra, & di sotto si pone l'errore fatto, & in mezzo si pone la lettere M. perche si è fatto errore in pigliare meno numero, conforme uedi in questo esempio, poi si piglia il secondo numero, & poniamo, che sia 90. quali si pongono da mano destra incontro alli 30. leuati la metà da detti 90. restano 45. da quali leuati $\frac{2}{3}$ cioè 30. & $\frac{1}{5}$ cioè 9. restano 6. doueuano restare 190 si è fatto dunque errore di 184. quali si pongono sotto li 90. & in mezzo un'altro M. significando, che di nuouo si è fatto errore in pigliare meno numero, dipoi si sottrae il numero 184. per essere minore, dal numero 188. è restano 4. quali si pongono in mezzo delli detti due numeri di errore, notandoci di sotto, diuisore.

Dipoi si multiplicano li 30. primo numero pigliato con li 184. che summano 5520. & li 90. secondo numero pigliato con li 188. che summano 16920. & da detto numero sottrattone 5520. restano 11400 detto numero si diuide poi al diuisore 4. & daranno al cotiente 2850. è questo è il numero, che si andaua cercando, poiche leuato la metà da detto numero, restano 1425. è da detti leuato $\frac{2}{3}$ & $\frac{1}{5}$ cioè 950. & 285. restano 190. conforme si è dimandato.

Mà sciogliamo quest' istesso dubbio con pigliare numeri maggiori, & poniamo primieramente per prima positione 2900. detto numero diuiso per metà sono 1450. da quali leuati $\frac{2}{3}$ & $\frac{1}{5}$ cioè $966\frac{2}{3}$ & 290. restano $193\frac{1}{3}$

do-

doueuano restare 190. di modo, che si è errato in $3\frac{1}{3}$ quali numeri si pongono cōforme vedi in questo esempio, e nel mezzo si pone il P. per causa, che si è pigliato numero souerchio, & per la seconda positione, poniamo 3000. quali diuisi sono 1500. & da detti leuati $\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{5}$ cioè 1000 & 300. restano 200. doueuano restare 190.

di modo, che si è fatto errore in 10. di più quali si pongono sotto alli 3000. & si fà vn'altro P. nel mezzo di detto esempio, poi si sottraeno li $3\frac{1}{3}$ da detti 10. & restano $6\frac{2}{3}$ quali si pongono in mezzo per diuisore. Poi si multiplicano li 2900. per li 10. che fanno 29000. & li 3000 con li $3\frac{1}{3}$ che fanno 10000 quali sottratti da 29000. restano 19000. & questi si hanno a diuidere al diuisore $6\frac{2}{3}$ & diuisi danno al cotiente 2850. & questo è il numero, che si è dimandato, poiche la metà sono 1425. da quali leuati $\frac{2}{3}$ & $\frac{1}{5}$ cioè 950. & 285. restano 190. conforme al dubbio.

Di nuouo resoluiamo detto dubbio con vno numero maggiore, & con vn'altro minore, & poniamo per prima positione 3000. quali diuisi sono 1500. & da detti leuati $\frac{2}{3}$ & $\frac{1}{5}$ cioè 1000. & 300. restano 200. si che si è errato in 10. di più, perche doueuano restare 190. si pongono nel primo braccio della croce li 3000. & sotto li 10. & nel mezzo il P. poniamo per seconda positione 90. la metà sono 45. da quali leuati $\frac{2}{3}$ & $\frac{1}{5}$ cioè 30. & 9 re-

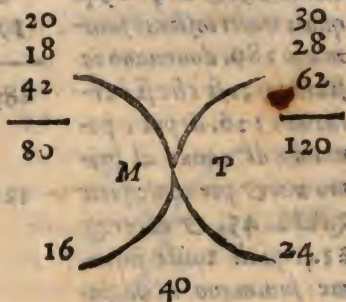
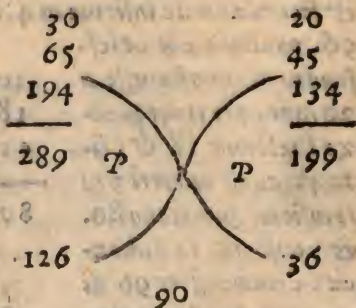
stano 6. di modo, che si è fatto errore in 184. quali si pongono sotto al li 90. & nel mezzo si fà M. si che in detto esempio in vna parte si vede il P. & dall' altra lo M. quando l' esempio è a questo modo si vniscono li due numeri di errore in vna summa per il diuisore, come si

uede in detto esempio, poi si multiplicano li 3000. per li 184. & fanno 552000. & li 90. per 10. che fanno 900. quali numeri si assummano insieme, & saranno 552900. & poi si diuidono al diuisore 194. & diuisi danno al cotiente 2850. quali sono il numero, che si cercaua, poiche la metà sono 1425. da' quali leuati $\frac{2}{3}$ & $\frac{1}{5}$ cioè 950. & 285. restano 190. conforme si è dimandato.

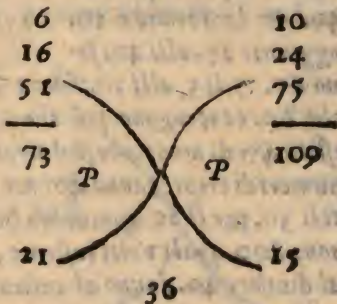
Di modo, che da questi tre modi di sciogliere li dubbij proposti, si vede la differenza, con la quale si deue operare, quando nelli esempij saranno due P. ò due M. ouero quando sarà vno P. & vno M. poiche nelli primi due si sottraeno li numori di errore, cioè il numero minore dal maggiore, & il rimanente serue per diuisore, & poi multiplicati li numeri prima pigliati per li numeri delli errori messi in croce, si sottraeno similmente li minori dalli maggiori, & il rimanente si diuide al diuisore; mà nel terzo modo si vniscono li numeri di errore, & fanno il diuisore, & poi multiplicati li primi numeri pigliati con li numeri di errore in croce, si vniscono detti multiplicati numeri in vna summa da diuidersi al diuisore, & al cotiente è il numero, che

si

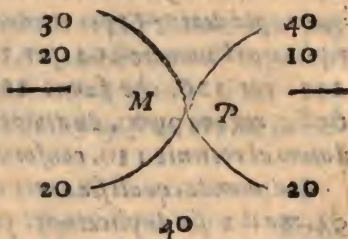
si dimanda.

Alessandro Magno parlando vn giorno familiarmente con Calistene Filosofo disse queste parole, io supero l'età di Efestione in due anni; mà Clito tiene li anni di tutti noi due, & altri anni 4. di più, in modo tale, che tutti noi tre habbiamo anni 96. à punto tanti, quanti ne visse tuo padre. Si dimanda quanti anni hauesse all'hora Aleßandro Magno, Efestione, & Clito. In detto dubbio, habbiamo da ritrouare vno numero, quale diuiso in tre parti, la prima superi la seconda in due, & la terza superi la prima & seconda vnite insieme in 4. è, che dette tre parti siano 96. poniamo, che Alessandro Magno hauesse 20. anni; per consequenza Efestione 18. & Clito 42. quali numeri vniti insieme, summano 80. & conforme la dimanda, deuono essere 96 di modo, che si è fatto errore in 16. meno, quali si pongono nell'esempio cōforme si vede, per la seconda positione, poniamo, che Alessandro Magno haueße anni 30. per consequenza Efestione 28. & Clito 62. quali vniti insieme fanno 120. di modo, che si è errato in 24. di più, douendo eßere 96. doppò si vniscono detti numeri di errore 16. & 24. che summano 40. & detti si pongono per diuisore, fatta poi la multiplicatione del primo 20. con li 24. di errore, fanno 480. & li 30. con li 16. summano similmente 480. & vniti insieme so-

no 960. quali diuisi per li 40. diuisore, danno al cotiente 24. di modo, che tanti anni haueua all'hora Alessandro Magno, & per consequenza Efestione 22. & Cliuo 50. quali vniti insieme summano 96. conforme al dubbio proposto.

Sono tre Mercanti, quali si hanno da diuidere scuti 163 con questa conditione, che al secondo tocchi il doppio di quello si da al primo, & 5. scuti di più, & al 3. se dia il doppio di quello si è dato à tutti due, & 4. scuti di più, poniamo per il primo scuti 30 & per consequenza al secondo 65. & al 3. 194. quali vniti insieme summano 289. doueuano restare 163. si che si è errato in 126. di più; poniamo di nuouo al primo 20. & per consequenza al 2. 45. & al terzo 134. quali vniti insieme summano 199. doueuano summare 163. si che si è fatto errore in 36. di più, di modo, che si vedono due P. nell'esempio, & però si sottraeno li 36. dalli 126. & restano 90. quali si pongono per diuisore; poi si multiplicano li 30. per li 36. & li 20. per l. 126. che summano 1080. & 2520. poi si sottraeno li 1080. da detti 2520. & restano 1440. quali diuisi al diuisore 90. danno al cotiente 16. di modo, che al primo si deuono dare 16. al 2. per consequenza 37. & al 3. 110. quali aßummati insieme fanno 163. conforme si desideraua.

Mà se alcuno volesse solamente il numero del 2. ò del 3. si potria ancora multiplicare, v.g. li 65. con li 36. che fariano 2340. & li 45. con li 126. fariano 5670. poi sottratti li 2340. da detti 5670. restano 3330. quali diuisi al diuisore 90. danno al cotiente 37. conforme habbiamo già detto; Et per ritrouare il 3. si può ancora multiplicare il numero 194. per 36. che fanno 6984. & li 134. per 126. che fanno 16884. da quali sottratti li 6984. restano 9900. da diuidersi al diuisore 90. & diuisi danno al cotiente 110. conforme già si era detto.

Si dimanda, quali siano tre numeri, che costituischino 94. mà il 2 sia duplicato del primo, & 4. di più, & il 3. contenghi due volte il primo, & secondo, & 7. di più, poniamo 6. per il primo, et per consequēza al 2. 16. & il 3. 51. quali tutti summano 73. doueriano essere 94. si che si è fatto errore in 21. meno, poniamo di nuouo 10. per il primo, al 2. 24. & al 3. 75. quali vniti fanno 109. doueuano essere 94 si che si è fatto errore in 15. di più, e perche nell' esempio si vede vno P. & vno M. si vniscono li due numeri di errore, che fanno 36. per diuisore; poi multiplicati li 15. per li primi 6. sono 90 & li 21. per li 10. che sono 210. & vniti insieme sono 300. quali diuisi per il diuisore 36. danno al cotiente 8 $\frac{1}{3}$ si che questo è il numero, che si dimandaua; poiche al 2.

sarebbono 20⅔ & al 3 65. quali uniti summano 94. conforme si è dimandato.

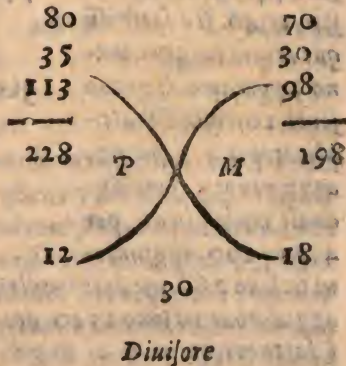
Diuidiamo 50 in due parti, mà in modo tale, che aggiũti ad vna parte 25. & l'altra 5. la prima sia tre volte più della 2. poniamo che la prima siano 30. & la seconda 20. gionto li 25 alli 30. sono 55. nel quale numero non si contiene tre volte 25. mà bisegnaua fossero 75. di modo, che si è errato in 20. meno, poniamo di nuouo la prima parte 40. & la seconda 10. aggiunti 25. alli 40. sono 65. & li 5. alli 10. sono 15. doue similmente si vede, che 65. contengono più che tre volte li 15. è doueuano essere 45. di modo, che si è errato in 20. di più. Vniti li 2. numeri di errore fanno 40. per il diuisore, poi multiplicati li 30. per li 20. summano 600. & li 40. per l'altri 20 sono 800. quali vniti insieme, summano 1400 et diuisi al diuisore 40. danno al cotiente 35. è questo è il numero, al quale aggiunto 25. summano 60. et al rimanente numero 15. aggiunto 5. fanno 20. quali sono la terza parte di 60. conforme si dimandaua, la prima parte dunque di 50. sono 35. et la 2. 15.

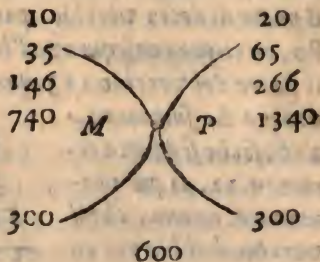
Si poteua nondimeno ritrouare questa verità di altro modo; poiche hauendo aßummati li 55. et 25. si poteua dire, che numero si contiene tre volte in 55. et sariano li 18⅓ di modo, che sino a 25. ci sono 6⅔ di errore meno, poi nelli 65. et 15. dire, che numero entra tre volte in 65. et

so-

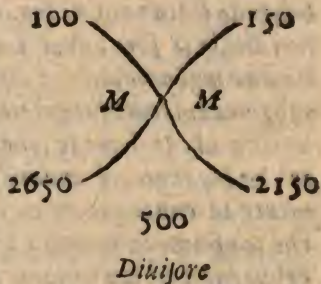
sono li 12 $\frac{2}{3}$ si è fatto dunque errore in 6 $\frac{2}{3}$ di più, fatta poi l'operatione, conforme di sopra con multiplicare li 30. per 6 $\frac{2}{3}$ et li 40 per 6 $\frac{2}{3}$ et detti multiplicati vniti insieme & poi diuisi al diuisore 13 $\frac{1}{3}$ daranno al cotiēte similmēte 35. conforme prima, mà il primo modo è migliore, perche si schiuano le minutie.

Dimandato vn vecchio quanti anni hauesse, rispose, io hò duplicati anni delli tuoi, & dieci di più, & mio padre quando morse, haueua tre volte li anni tuoi, & otto di più, di modo, che li anni di mio padre con li miei, & tuoi summano 216. se dimanda quanti anni hauesse detto vecchio, quanti l'huomo, che fà la dimanda, & quanti il padre di detto vecchio, poniamo, che il vecchio habbi 80. anni, per consequenza l'huomo, che dimanda, 35. & il padre del vecchio 113. quali vniti summano 228. haueuano da summare 216. si che si è fatto errore in 12. di più; poniamo di nuouo, che il vecchio habbia 70. anni l'huomo, che dimanda 30. & il padre del vecchio 98. quali summati fanno 198. doueuano fare 216. si che si è fatto errore in 18. meno, poi vniti li numeri di errore fanno 30. che seruono per il diuisore;

& multiplicati li 80. per 18. & li 70. per 12. fanno 1440. & 840 quali vniti, summano 2280. & diuisi al diuisore 30. dando al cotiente 76. & questi sono gl'anni

 del

del vecchio, quelli poi dell'huomo, che interroga, saranno 35. & quelli del padre del vecchio sono 107. quali uniti summano 216. conforme si è dimandato.

Dimandato vno guerriero, quanto hauesse il mese di piatto, rispose io hò tanto il mese, che multiplicato per 3. & giontoui 5. & poi detto numero multiplicato per 4. & aggiuntoui 6. & detto multiplicato per 5. & aggiuntoui 10. fanno scuti 1040. se dimanda quanti scuti costui hauesse il mese; poniamo, che hauesse 10. scuti quali multiplicati per 3. sono 30. & aggiuntoui 5. sono 35. quali multiplicati per 4. sono 140. & aggiũtoui 6. sono 146. quali multiplicati per 5. sono 730. aggiuntoui 10 sono 740. doueuano essere 1040. si è fatto dũque errore in 300. meno; poniamo di nuouo scuti 20. quali multiplicati per 3. sono 60. aggiuntoui 5. sono 65. quali multiplicati per 4. sono 260. aggiuntoui 6. sono 266. & detti multiplicati per 5. sono 1330. aggiuntoui 10 sono 1340. doueuano esser 1040. si che si è fatto errore in 300. di più. Poi multiplicati li 10. per li 300. sono 3000. & li 20. per l'altri 300. che sono 6000. quali uniti sono 9000. & diuisi al diuisore fatto delli due numeri di errore, che sono 600. danno al cotiente 15. & tanti sono li scuti, che hà il mese detto guerriero; poiche multiplicati per 3. sono 45. aggiuntoui 5. sono

no 50. quali multiplicati per 4. sono 200. aggiuntoui 6. sono 206. & detti multiplicati per 5. sono 1030. aggiũtoui 10. sono 1040. conforme si dimandaua.

Si hà da vendere vna grande, & pretiosissima gioia per vno prezzo assai grande; il che essendo inteso da vno gran Prencipe, disse con suoi familiari. Si ogni Terra, che io possedo mi dasse 50. scuti, potria comprare detta gioia, con sopraggiungersi delli miei solamente 250. scuti, & se me ne dassero 60 me ne auuanzariano 3400. si dimãda quante terre possedeua detto Prencipe, & quanto voleua detta gioia, poniamo, che dette terre siano 100. & li denari saranno 5000 a quali aggiunto 250. sono 5250. & tanto sarebbe il valore di detta gioia; mà vediamo se con hauere 60. scuti per terra, auãzi à detto Signore scuti 3400? & dando dette

terre li scuti 60 sariano, scuti 6000 da quali leuati 5250 per il prezzo della gioia, restano 750. doueuano restare 3400. di modo, che vi è di errore scuti 2650 meno, poniamo di nuouo dette terre essere 150. li denari sariano 7500. & aggiuntoui li 250. del Prencipe sono 7750. et tanto saria il prezzo della gioia, e si dette terre haueßero dati scuti 60. li denari sariano 9000. da quali leuati 7750. restano 1250. doueuano restare 3400. di modo, che si è fatto di nuouo errore in 2150. meno, quali scuti si sottraeno dall' altro numero di errore, cioè dalli 2650. restano 500. per il diuisore, poi multiplicati li primi 100 per 2150. sono 215000. & li 150. p 2650 fãno 397500

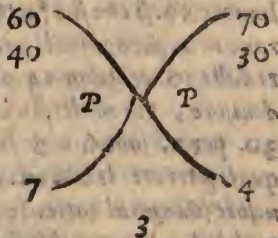
fan-

da quali sottratti li 215000 restano 182500. quali diuisi al diuisore 500. danno al cotiente 365. & di tante terre saria padrone detto Prencipe, conforme si dice esser il Prencipe di Stigliano in Napoli. Siche danno dette terre scuti 50. per ciascheduna, sariano 18250. à quali aggiunto li scuti 250. di detto Prencipe fanno 18500 è tanto saria il prezzo della gioia, & si dette terre dassero scuti 60. li denari sariano 21900 da quali leuati li 18500. per il prezzo della gioia, resteriano à detto Signore scuti 3400. conforme si è dimandato.

Racconta Vitruuio nel lib. 9. al c. 3. che Hiero Rè, hauendo fatto voto di donare vna corona d'oro puro alli suoi Dij, la fè fare; quale fatta si accorse, che l'orefice l'haueua ingãnato, del che adirato, & desiderando hauere raggione euidente per potere castigare detto orefice; diede cura ad Archimede, che hauesse ritrouato detto errore, & inganno, & andando detto Archimede casualmente ad vno bagno, & entrandoui dentro, fè reflessione, che conforme la quantità del corpo, che entraua dentro del bagno, così era la quantità dell'acqua, che vsciua fuori; per il che con grandissima allegrezza vscì del bagno, & andaua gridando, che già haueua ritrouato quello, che cercaua, poi fece fare due corone vna d'oro, & vn'altra d'argento; mà di eguale peso conforme era la prima fatta, doppò pigliò vno vaso pieno d'acqua sino alli labri, nel quale vi pose prima la corona d'argento, & misurò molto bene l'acqua, che vscì da detto vaso; poi riempì di nuouo il vaso, & vi pose la corona d'oro, et buttò manco acqua, perche era manco massa, poi di nuouo riempì detto vaso, & messoui la prima corona fatta dall'orefice, buttò più acque, che non haueua buttata l'altra corona d'oro, del che si scoprì, che in detta corona ci era inganno, & che

era

era fatto d'oro, & argento. Mà vediamo adesso con la presente regola di scoprire puntualmente quanto fosse detta fraude.

Poniamo, che detta corona d'oro fosse di 100. libre quale messa nel vaso, butti 65. libre d'acqua, et messoui la seconda di vero oro, butti 60 libre d'acqua, et messaui la 3. d'argento, butti 90. libre d'acqua. Il che presupposto, poniamo per prima positione, che in detta prima corona dell'orefice vi stano solamente 60. libre d'oro, et 40. d'argento, poi diciamo se 100. libre d'oro buttano 60. libre d'acqua, quante ne buttaranno libre 60. saranno 36. et si 100. libre d'argento buttano 90. libre d'acqua, quante ne buttarunno libre 40? saranno 36. di modo, che si detta corona hauesse 60. libre d'oro, et 40. d'argento, haueria buttato 72. libre d'acqua; mà ne doueua buttare 65. conforme al presupposito, di modo, che si è errato in 7. di più; mà poniamo di nuouo, che in detta corona vi siano 70. libre d'oro, et 30. d'argento, et diciamo se 100 libre d'oro buttano 60. libre d'acqua, quante ne butteranno libre 70? saranno 42. et si 100. libre d'argento buttano 90 libre d'acqua, quante ne butteranno 30? saranno 27. quale vnite con le 42. sono 69. doueuano essere 65. si che si è errato in 4. di più, quali sottratti del 7. restano 3. per il diuisore, poi multiplicati li 60. per li 4. fanno 240. & li 70. per li 7. fanno 490. da quali sottratti 240. restano 250. et detti diuisi à 3. danno al cotiente $83\frac{1}{3}$ et queste sono le libre d'oro, che erano nella corona di

modo, che in detta corona vi erano libre $83\frac{1}{3}$ *d'oro, &* $16\frac{2}{3}$ *d'argento, et che sia il vero, diciamo, se libre* 100. *d'oro buttano* 60. *libre d'acqua, quante ne buttarãno* $83\frac{1}{3}$. *saranno* 50. *et si* 100. *libre d'argento buttano* 90. *libre d'acqua, quante ne buttaranno* $16\frac{2}{3}$ *saranno* 15. *quale vnite con le* 50. *sono* 65. *conforme si è presupposto.*

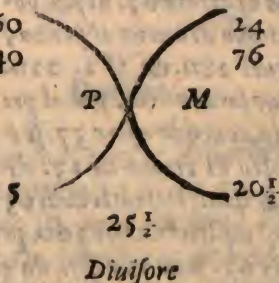
Due Mercanti si haueuano à diuidere 100. *scuti, che già si contauano; mà occorse differenza frà essi, et ciascheduno diede le mani alli denari, et pigliò quello, che potè. doppò venuti in pace, fù bisogno vno dasse* $\frac{1}{3}$ *delli denari presi al compagno, & il compagno diede* $\frac{1}{5}$ *delli suoi à l'altro, con il che tanto l'vno, come l' altro vennero ad hauere scuti* 50. *per vno. Se dimanda, quanti denari ciascheduno prese in detto rumore; poniamo, che il primo habbi preso* 30. *scuti, & il secõdo* 70. *con dare* $\frac{1}{3}$ *cioè* 10. *del primo al* 2. *&* $\frac{1}{5}$ *cioè* 14. *del* 2. *al primo vẽne ad hauere detto primo scuti* 34. *doueua hauere* 50. *si che si è fatto errore in* 16. *meno, poniamo di nuouo, che il primo pigliasse scuti* 60. *& il* 2. 40 *con dare* $\frac{1}{3}$ *cioè* 20. *al* 2. *&* $\frac{1}{5}$ *cioè* 8. *al primo; hauerà detto primo scuti* 48. *ne doueua hauere* 50. *si che si è fatto errore in* 2. *meno, quali sottratti dalli* 16. *restano* 14. *per il diuisore, poi multiplicati li*

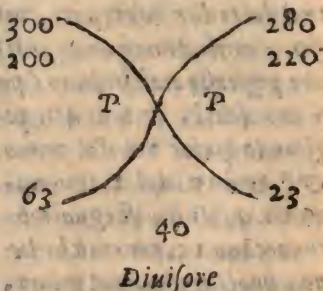
30. *per* 2. *sono* 60. *& li* 60. *per li* 16. *fanno* 960. *da quali sottratti li* 60. *restano* 900. *& detti diuisi à* 14. *diuisore, danno al cotiente* $64\frac{2}{7}$ *& questi sono li denari, che pigliò il primo, & il secõdo* $35\frac{5}{7}$ *poiche leuati vno terzo delli denari del primo, cioè* $21\frac{3}{7}$ *gli restano scuti* $42\frac{6}{7}$ *à*

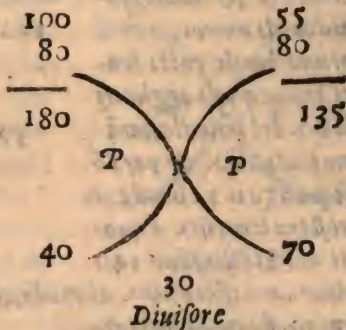
qua-

quali aggiũto $\frac{1}{5}$ *delli denari del* 2. *che sono* 7$\frac{1}{7}$ *fanno* 50. *così ancora leuato* $\frac{1}{5}$ *dal* 2. *gli restano scuti* 28$\frac{4}{7}$ *à quali aggiunti* $\frac{1}{3}$ *del primo, cioè* 21$\frac{3}{7}$ *fanno similmente* 50. *conforme si è dimandato.*

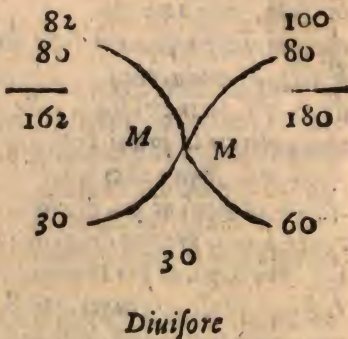
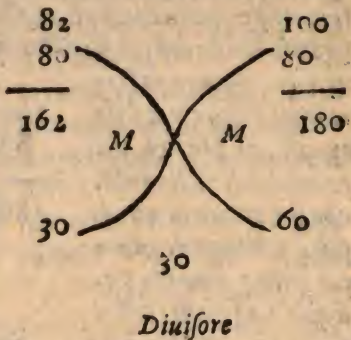
Mà poniamo, che talmente detti due Mercanti hauessero pigliati detti 100. *scuti, che con pigliarne da vno* $\frac{1}{3}$ *& dell'altro* $\frac{1}{4}$ *& vniti insieme, & poi diuisi egualmente à detti due Mercanti, venghi ad hauere ciascheduno* 50. *scuti; se dimanda, quanti scuti in questo caso, bisognò, che pigliaße ciascheduno? poniamo, che il primo pigliasse* 60. *scuti, & il* 2. 40. *pigliando* $\frac{1}{3}$ *cioè* 20. *dal primo & $\frac{1}{4}$ cioè* 10 *del* 2. *summano* 30. *quali diuisi egualmẽte toccano* 15. *per ciascheduno, quali aggiunti al primo, che gli sono rimasti* 40. *farãno* 55. *di modo, che hauerìa* 5. *di più, douendo essere* 50. *poniamo di nuouo, che il primo habbi preso scuti* 24. *& il* 2. 76. *poi pigliando* $\frac{1}{3}$ *cioè* 8, *del primo, &* $\frac{1}{4}$ *cioè* 19. *del* 2. *summano* 27. *quali diuisi sono* 13$\frac{1}{2}$ *per ciascheduno, & detti aggiunti alli* 16. *che sono rimasti al primo, fanno* 29$\frac{1}{2}$ *doueuano fare* 50. *di modo, che si è fatto errore in* 20$\frac{1}{2}$ *meno. Vniti poi li* 5. *di errore con l'altri* 20$\frac{1}{2}$ *fanno* 25$\frac{1}{2}$ *per il diuisore; & multiplicati li* 60. *per* 20$\frac{1}{2}$ *sono* 1230. *& li* 24. *per* 5. *sono* 120. *quali vniti sono* 1350. *& diuisi al diuisore* 25$\frac{1}{2}$ *dãno al cotiẽte* 52$\frac{4}{5}\frac{8}{1}$ *ouero* $\frac{1}{1}\frac{6}{7}$ *quali saranno li denari, che pigliò il primo, & il* 2. 47$\frac{1}{1}\frac{1}{7}$ *da quali pigliati* $\frac{1}{3}$ *cioè* 17$\frac{1}{1}\frac{1}{7}$ *del primo, &* $\frac{1}{4}$ *cioè* 11$\frac{1}{1}\frac{3}{7}$ *del* 2. *& vniti insieme sono* 29$\frac{7}{1}\frac{7}{7}$ *quali diuisi sono* 14$\frac{1}{1}\frac{2}{7}$ *per ciascheduno di*

Diuisore

di modo, che si se aggiungono alle parti da ciascheduno rimasta, cioè al primo rimase $35\frac{5}{17}$ *& al 2.* $35\frac{5}{17}$ *fanno 50. per vno, conforme si è dimandato.*

Si hanno à diuidere 500. scuti à due Mercanti, mà il primo hà d'hauere 37. scuti più del 2. si dimanda, quanto si hà da dare à ciascheduno? poniamo, che al primo se diano 300. scuti, & al 2. 200. verria il primo ad hauere 100. scuti più del 2. doueuano essere 37. sono di errore 63. di più, poniamo di nuouo al primo, scuti 280. & al 2. 220. due saranno 60. più al primo, douendo essere 37. si è fatto di errore in 23. di più quali sottratti dalli 63. restano 40. per il diuisore; poi multiplicati li 300. per 23. fanno 6900. & li 280. per 63. sono 17640. da quali sottratti li 6900. restano 10740. & diuisi al diuisore 40. danno al cotiente $268\frac{1}{2}$ *per il primo Mercante, & li rimanenti* $231\frac{1}{2}$ *per il 2. & detti del primo auanzano quelli del 2. in 37. conforme si è dimandato.*

Vn Signore tiene due bacili d'argento, & vno bacale d'argento, che costa 80. scuti, & messo detto boccale al primo bacile, costeranno tre volte più, che non costa il 2. bacile, & messo detto boccale al 2. bacile, saranno di eguale prezzo con il primo bacile. Per non confondersi, in questo dubbio, si hanno à ritrouare due numeri, vno de quali vnito con li 80. sia 3. volte più del 2. numero, & vniti detti 80. con il 2. numero, sia eguale al primo numero. Poniamo, che detto primo numero siano scuti

100. & che tanto costi il primo bacile, à quali aggiunto li scuti 80. del boccale, sono 180. & per consequenza il secondo bacile costerà scuti 60. à quali aggiunto li 80. sono 140. doueua costare scuti 100. acciò fosse eguale al prezzo del primo bacile, di modo, che si è errato in 40. di più, poniamo di nuouo per primo numero 55. à quali aggiunti li 80. sono 135. & il 2. bacile costerà scuti 45. à quali aggiũti li 80. del boccale, sono 125. doueuano essere 55. acciò fosse simile al prezzo del primo bacile, di modo, che si è fatto errore in 70. di più, poi da detti 70. sottratti li 40. restano 30 per il diuisore. Et multiplicati li primi 100. per 70. sono 7000. & li 55. per li 40. sono 2200. quali sottratti da 7000. restano 4800 et diuisi al 30. diuisore, danno al cotiente 160. et tanto sarà il prezzo del primo bacile; poiche aggiuntoui 80. sono 240. et per consequenza il 2. bacile costerà scuti 80. à quali aggiunti altri 80. del boccale. fanno 160. conforme habbiamo detto costare il primo bacile.

Mà poniamo, che detto boccale aggiunto al primo bacile, sia triplicato prezzo del 2. bacile, & messo al 2. bacile facci duplicato prezzo di quello costa il primo bacile, vediamo quanto verrebbono à costare detti bacili, poniamo, che il primo costi scuti 82. quali vniti con li 80 del boccale, sono 162. & per consequenza il 2. costerà scuti 54. a quali aggiunti li 80. sono 134. doueuano esse-

re 164. *per esser duplicato al prezzo del primo bacile, si che si è errato in* 30. *meno, poniamo di nuouo, che il primo bacile costi scuti* 100 *a quali aggiunti li* 80. *del boccale, sarãno scuti* 180. *& per cõsequenza il* 2. *bacile costerà scuti* 60. *a quali vniti li* 80 *fãno* 140 *doueuano essere* 200. *di modo, che si è fatto errore in* 60. *meno, da quali sottratti* 30. *del primo errore, restano altri* 30. *per il diuisore; poi multiplicati li* 82. *per* 60. *sono* 4920 *et li* 100. *per li* 30. *sono* 3000. *quali sottrati da* 4920. *resta no* 1920. *et detti diuisi al diuisore* 30. *danno al cotiente* 64. *et questi sarãno il prezzo del primo bacile, poiche aggiuntoui li* 80. *sono* 144. *et per consequenza il* 2. *costerà scuti* 48. *à quali aggiũti li* 80. *fanno* 128. *duplicato prezzo del primo, conforme si è dimandato.*

Dimandato vno Compratore d'vn Monasterio, per quanti Religiosi hauesse comprato tanto pesce, rispose, che $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ *et altri* 22. *sariano* 100. *Religiosi à mangiare det*

to pesce, se dimanda quanti fossero detti Religiosi. Quivi si è da ritrouare uno numero, del quale $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ et 22. faccino 100. poniamo siano 12. Religiosi, de quali $\frac{1}{2}$ sono 6. $\frac{1}{3}$ sono 4 $\frac{1}{4}$ sono 3 che in tutto fanno 13. et aggiuntoui 22. saranno 35. mà bisogna siano 100. si che si è fatto errore in 65. meno, poniamo di nuouo, detti Religiosi essere 60. de quali $\frac{1}{2}$ sono trenta, $\frac{1}{3}$ sono 20. et $\frac{1}{4}$ sono 15. a quali tutti, uniti 22. fanno 87. doueuano essere 100. si è fatto

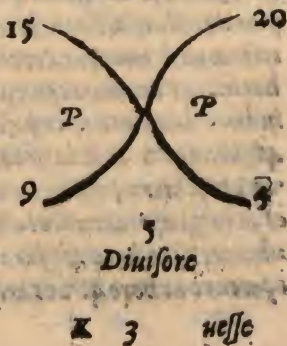
errore in 13. meno detti 13. sotiratti da 65. restano 52. per il diuisore, poi multiplicati li 12. cō li 13. sono 156. et li 60. con li 65. sono 3900. da quali leuati 156. restano 744. et detti diuisi al diuisore 52. danno al cotiente 72. et tanti sono li Religiosi, per li quali seruiua detto pesce, poiche $\frac{1}{2}$ sono 36. $\frac{1}{3}$ sono 24. $\frac{1}{4}$ sono 18 quali uniti sono 78. et aggiuntoui 22. sono 100. conforme si e dimādato.

Vno Prencipe dimandò ad vn'altro Prencipe, quanto hauesse d'entrata; il quale rispose; io hò tanta entrata, che si dasse a voi dodeci milia scuti delli miei, haueressiuo sei volte più di quello restaria a me, et si voi dassiuo a me 15000 scuti delli vostri, haueria dieci volte più di quello hauete voi, se dimāda quāti scuti habbino d'ētrata questi due Prencipi, poniamo, che il 2. Prēcipe, cioè quello, che è stato interrogato, habbi 20000. scuti, delli quali datone 12000 al primo Prēcipe interrogāte, vēgono a restare al 2. Prēcipe scuti 8000. et per cōsequēza, il primo hauerà 48000 scuti, cioè sei volte più di quello è rimasto al 2. si che detto primo, haueua di scuti 36000. auanti, che

hauesse li scuti 12000 de quali scuti 36000 si se ne dassero 15000. al 2. Prencipe, haueria detto 2. scuti 35000. cioè li 20000 suoi, con quest'altri 15000. fanno 35000. & restariano à detto primo scuti 21000. & douendo essere li scuti del 2. dieci volte più del primo, si vede, chiaramente, che li 35000. di detto primo, non contengono dieci volte li 21000. del 2. essendo, che dieci volte 21000. sono 210000. & da 35000. sino a 210000. ci vogliono 175000. quali sono di errore. Poniamo di nuouo, che il 2. Prencipe interrogato habbia 100000 scuti, dalli quali leuati 12000 gli restano 88000. & per consequenza hauerà il primo scuti 528000. cioè 6. volte più di quello è rimasto a detto 2. & detto primo è segno, che lui haueua 516000. scuti auanti, che hauesse li 12000. da quali 516000. leuati 15000. & dandoli al 2. hauerà detto 2. 115000. scuti quali non sono dici volte più del rimasto à detto primo, che sariano 501000. mà sì bene 5010000. sariano le 10. volte più di 501000. di modo, che da 115000 sino à detti 5010000. ci sono d'errore 4895000. meno, poi da detto vltimo num. d'errore sottrattione li 175000 del primo errore, restano per il diuisore 4720000. poi multiplicati li 20000 primo loco pigliati cō li 4895000 fanno 97900000000. & li 100000. per li 175000. sono 17500000000. quali sottratti dal primo multipli-

cato, restano 80400000000. da diuidersi al diuisore, & diuisi, danno al cotiente 17033 $\frac{4\ 24}{4\ 72}$ cioè $\frac{5\ 3}{5\ 9}$ & questa è l'entrata del secondo Prencipe, quale fù interrogato, & che sia il vero, leuati scuti 12000. da detta summa; restauo per detto 2. scuti 5033 $\frac{1\ 3}{1\ 9}$ & per consequenza, il primo verria ad hauere scuti 30203 $\frac{2\ 3}{5\ 9}$ cioè 6. volte più di quello era rimasto al 2. & detto primo auanti, che riceuesse detti scuti 12000. haueua per consequenza scuti 18203 $\frac{2\ 3}{5\ 9}$ da quali leuati scuti 15000. resteria à detto primo scuti 3203 $\frac{2\ 3}{1\ 9}$ & detti scuti 15000. vniti con li scuti 17033 $\frac{5\ 3}{5\ 9}$ del 2. summano scuti 32033 $\frac{5\ 3}{5\ 9}$ quale numero è dieci volte più, che non sono li scuti 3203 $\frac{2\ 3}{5\ 9}$ rimasti à detto primo, conforme si è dimandato. Replicò dunque, che il 2. Prencipe, che fù dimandato, haueua d'entrata scuti 17033 $\frac{5\ 3}{5\ 9}$ & il primo, che dimandò haueua scuti 18203 $\frac{2\ 3}{5\ 9}$.

Dimandato vn'huomo da vno suo amico, quanti denari hauesse in borsa, rispose, io hò tanti denari, che se ne dasse à te 6. scuti, tu hauere si duplicatamente di quello restaria à me; risponde quello, che hà dimandato io sò, che se io te daße scuti 3. delli miei, haueressi l' istessi denari, che mi restariano à me, si dimanda quanti denari habbino in borsa questi due amici; poniamo, che il 2. cioè quello, che è stato interrogato habbia scuti 15. delli quali dandone 6. al primo restano 9. à detto 2. & il primo per consequenza haueria scuti 18. il duplicato di quello è rimasto al 2. & auanti, che detto primo haueße li 6. bisognaua ha-

ueße 12. de quali dandone 3. al 2. restariano 9. & detto 2. haueria 18. di modo, che questo numero, non saria eguale al numero, che è rimasto a detto primo; mà ci sono 9. di più. Poniamo di nuouo, che il 2. habbia 20. scuti, da quali leuati 6. restano 14. & il primo bisogna habbi scuti 28. il doppio di quello è rimasto al 2. & prima, che haueße detto primo li 6. bisogna hauesse scuti 22. da quali leuati 3. restano 19 à detto primo, & dandoli al 2. haueria scuti 23. qual numero non è eguale alli 19. rimasti à detto primo; mà ci è d'errore 4. di più, di poi sottratti detti 4. dalli 9. restano 5. per il diuisore, & multiplicati li 15. per 4. fanno 60. et li 20. per 9. fanno 180. da quali sottratti li 60. restano 120. et detti diuisi 5. danno al cotiente 24. et tanti sono li scuti del 2. poiche leuandone 6. restano al 2. 18. et per consequenza il primo hauerà scuti 36. mà auanti riceuesse li 6. bisogna hauesse scuti 30. da quali leuatone 3. restano à detto primo scuti 27. et il 2. con hauere detti 3. haueria similmente scuti 27. conforme si è proposto.

Vna peschiera tiene tre aperture nel fondo, et per votarla con aprire vna di dette apertura, si vota detta peschiera in due hore, et si se aprisse la 2. se votaria in tre hore, mà si se aprisse la 3. sola, si votaria in 6. hore, si dimanda, in caso si aprissero tutte 3. dette aperture in quãto tempo si votaria detta peschiera? poniamo votarsi in hore 4 et diciamo con la regola del 3. se vna apertura in hore due vota vna peschiera, quante ne voterà in hore 4? saranno 2. et se la seconda apertura in hore 3. votarà vna peschiera, quante ne voterà in hore 4? saranno $1\frac{1}{3}$ et se la 3. apertura vota vna peschiera in hore 6. quante ne voterà in hore 4? saranno $\frac{2}{3}$ di modo, che tutte tre operture in hore 4. votariano 4. peschiere; si che si è fat-

to errore di tre peschiere sonerchie, poniamo di nuouo hore 10. et diciamo, si in hore 2. la prima apertura vota vna peschiera, quante ne voterà in hore 10. saranno 5. et si la seconda apertura in hore 3. vota vna peschiera, quante ne voterà in hore 10. sarãno $3\frac{1}{3}$ et si la 3. apertura in 6

hore vota vna peschiera, quante ne voterà in hore 10. saranno $1\frac{2}{3}$ di modo, che tutte tre aperture in hore 10. voteranno 10. peschiere; si è fatto errore in 9. peschiere di più, poi sottratte le 3 peschiere dalle 9. restano 6 per il diuisore, et multiplicato il 4. per 9. fanno 36. et li 10. per il 3. fanno 30. quali sottratti da 36. restano 6. et diuisi al diuisore 6. danno al cotiente 1. di modo, che dette tre aperture, voteriano in vn' hora detta peschiera, poiche la prima apertura in vn' hora voterà $\frac{1}{2}$ la 2. voterà $\frac{1}{3}$ et la 3. voterà $\frac{1}{6}$ che fanno vna cisterna.

Diciamo di altro modo, cioè detta peschiera, che hà vno canale, per il quale venendo del continuo acqua, empie detta peschiera in hore 12. mà nel fondo tiene vna apertura, che in hore 18. vota detta peschiera; si dimanda, in caso detta peschiera stasse sempre aperta con quella apertura, et per il canale venisse continuamente acqua, in quante hore si empiria detta peschiera, poniamo in hore 20. poi diciamo per la regola del tre, si detta apertura vota vna peschiera in hore 18. quante ne voterà in hore 20 sarà $1\frac{1}{9}$ dunque è necessario in dette hore 20. empire peschiere $2\frac{1}{9}$ acciò votata $1\frac{1}{9}$ resti vna piena, diciamo poi se il canale in hore 12. empie vna peschiera, quante ne

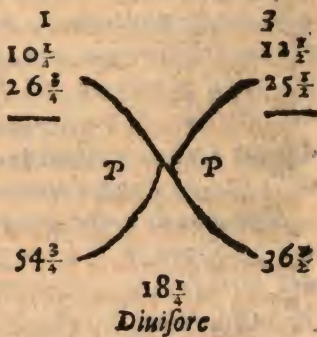
empirà in hore 20. ſarà $1\frac{2}{3}$ doueua eßere $2\frac{1}{9}$ vi mancano dunque $\frac{4}{9}$ poniamo di nuouo in hore 30. & diciamo, ſe in hore 18. ſe vota vna peſchiera, quante ſe ne votarãno in hore 30? ſarà $1\frac{2}{3}$ dunque ſarà neceſſario in hore 30. empire peſchiere $2\frac{2}{3}$ acciò votata $1\frac{2}{3}$ reſti vna piena; diciamo poi, ſe in hore 12. ſe empie detta peſchiera, quanta ſe ne empiranno in hore 30? ſarãno $2\frac{1}{2}$ biſognauano eſſere $2\frac{2}{3}$

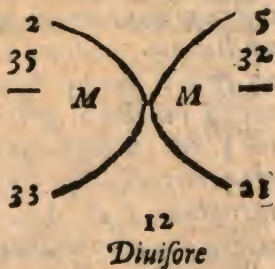
vi manca dunque $\frac{1}{6}$ quale ſottratto da $\frac{4}{9}$ reſta $\frac{5}{18}$ per il diuiſore, poi multiplicati li 20. per $\frac{1}{6}$ & li 30. per $\frac{4}{9}$ fanno $\frac{20}{6}$ & $\frac{120}{9}$ & facendo l'altre operationi, conforme di ſopra, ritrouerai, che ſi darà al cotiente 36. & tante ſono le hore, nelle quali ſaria piena detta ciſterna, poiche in dette hore ſi empiria tre volte, & non potria votarſi, ſe non che due volte, & così reſteria piena, & acciò più facilmente ſi ſappia, l'operatione in queſto eſempio ſi fà in queſto modo, che ſi è fatto il diuiſore $\frac{5}{18}$ conforme vedi nell'eſempio; ſi multiplicano li 20. per $\frac{1}{6}$ & fanno $\frac{20}{6}$ & multiplicati li 30. per $\frac{4}{9}$ fanno $\frac{120}{9}$ del quale numero, ſi hanno da ſottraere li $\frac{20}{6}$ & perciò fare, biſogna porre detti numeri ſotto vno denominatore, conforme alla regola già imparata, & così verriano detti numeri in queſto modo $\frac{180}{54}$ $\frac{720}{54}$ poi ſottratto dalli 720. li 180. reſtariano $\frac{540}{54}$ & detti diuiſi al diuiſore $\frac{5}{18}$ danno al cotiente 36. & tante ſono le hore, nelle quali reſtaria piena detta ciſterna, conforme ſi è detto.

Si hanno da ritrouare tre numeri, il primo del quale vnito con 73. facci dupplicato numero di tutti l' altri

due

due, & il 2. con detti 37. facci treplicato numero dell' altri due, & il 3. con detti 37. facci quadruplicato numero dell'altri due, poniamo per primo, vno, ò altro numero sparo, acciò possi essere il doppio dell' altri due, detto vno con 73. fãno 74. di modo, che l'altri due numeri, bisogna siano 37. & perche il 2. numero hà da fare numero triplicato dell'altri due; però auanti si passi auanti à detto dubbio, bisogna vedere

come si hanno à diuidere detti 37. acciò, vna parte d'esse con li 37 habbi da essere treplicata con il primo numero vno, & con l'altra parte, che resterà del 37.

Poniamo dunque per prima parte 2. & la 2. sarà 35. vniti 73. al 2. sono 75. & li 35. & 1 sono 36. doue si vede, che 75. non è triplicata parte di 36. mà bisogna siano 108. vi mancano dunque 33. poniamo di nuouo per prima parte 5. & la 2. sarà 32. messi 37. a 5. sono 78. a 32. messo 1. sarà 33. doue si vede parimente, che detti 78 non contengono tre volte 33 mà bisogna siano 99. vi mãcano dunque 21. operãdo poi conforme si è fatto nell' altre

regole ritroueremo, che la prima parte di detti 37. deue essere 10 1/4 & la 2. 26 3/4.

Di

Di modo, che nel primo dubbio hauendo pigliato per primo numero, vno, il 2. sarà $10\frac{1}{4}$ & il 3. $26\frac{3}{4}$ poiche a questo modo li 73. con vno farà numero duplicato dell' altri due, & vniti con il 2. numero $10\frac{1}{4}$ farà numero triplicato dell'altri due, resta solamente a vedere, si detti 73. con il 3. numero $26\frac{1}{4}$ facci quadruplicata summa dell'altri due, & vniti sono $99\frac{3}{4}$ & li due primi sono $11\frac{1}{4}$ dunque doueuano essere 45. perche questo è il quadruplo delli $11\frac{1}{4}$ si è dunque ecceduto in $54\frac{3}{4}$.

Poniamo di nuouo per primo numero 3. quale vnito con 73. fanno 76. è detto numero deue essere duplicato dell' altri due, quali bisogna siano 38. & perche il 2. bisogna sia treplicato dell'altri due, bisogna prima vedere come si hanno à diuidere detti 38. acciò vna parte vnita con 73. sia treplicato numero del 3. & dell'altra parte di detti 38.

Poniamo dunque la prima parte essere 2. & la 2. sarà 36. vniti li 2. con 73. fanno 75. & li 36. con li 3. fãno 39. doue si vede, che detti 75. non possono essere triplicato numero delli 39. mà bisognaua fossero 117. di modo, che vi mancano 42. poniamo di nuouo per prima parte 23. & la 2. sarà 15. detti 23 con 73. fanno 96. & li 15. con 3. sono 18 doueuano essere 54. perche questo è il numero triplicato di 18 si che si è ecceduto in 42. operãndo poi

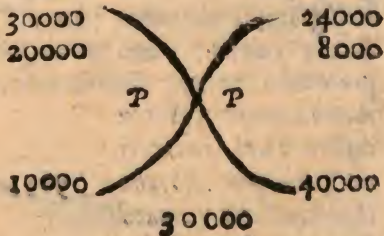
conforme si deue, se vederà, che la prima parte è $12\frac{1}{2}$ & la 2. $25\frac{1}{2}$ poiche aggiũti li 23. cõ $12\frac{1}{2}$ sono $85\frac{1}{2}$ & li $25\frac{1}{2}$ cõ li 3. sono $28\frac{1}{2}$ de quali il numero triplicato è $85\frac{1}{2}$

Il

Il secondo dunque numero sarà $12\frac{1}{2}$ & il 3 $25\frac{1}{2}$ da porsi nel primo esempio, cōforme già ui vedi fatto, ui mā ca solo, che il 3. numero con 73. facci numero quadruplicato dell'altri due, & uniti li $25\frac{1}{2}$ con 73. sono $98\frac{1}{2}$ & li $12\frac{1}{2}$ con li 3. sono $15\frac{1}{2}$ del quale numero, il suo quadruplicato sarà 62. di modo, che si è ecceduto in $36\frac{1}{2}$ conforme il tutto vedi nel primo esempio.

Ciò fatto si fà il diuisore, poi si multiplicano li numeri pigliati con li errori, & multiplicato il primo numero, & diuiso al diuisore, si ritrouerà, che il vero primo numero, sarà 7. & così similmente fatto con li 2. & 3. numeri, si ritrouerà, che il vero secondo numero, sarà 17. et il 3. sarà 23. poiche uniti li 7. a 73. sono 80. duplicato numero delli 17. & 23 perche dette due summe sono 40. così ancora uniti li 17. con li 73. sono 90. triplicato numero delli 7. & 23 essendo queste due partite 30. poi uniti li 23. con li 73. sono 96 quadruplicato numero delli 7. & 17. quale due partite summano 24. di modo, che li 7. 17. & 23. sono li tre numeri si cercauano.

In uno esercito fatto dall'Imperatore di Turchi, vi sono 40000. Soldati di Germania, altri poi d'Italia, & di Vngaria, mà quelli d'Italia sono la metà $\frac{1}{2}$ delli Germani, & Ungari, et li Vngari sono $\frac{1}{3}$ dell'Italiani, & Germani, si dimanda quanti siano li Soldati Italiani, & quanti li Vngari, & in fine tutto l'esercito? Poniamo l'Italiani essere 30000. è perche

Diuisore

detto numero deue eßere $\frac{1}{2}$ delli Germani, & Vngari, saranno detti Germani, & Vngari 60000. de quali essendone 40000. Germani, ne saranno 20000. Vngari, e detti Vngari deuono eßere $\frac{1}{3}$ delli Germani, & Italiani, quali habbiamo detto essere 70000. cioè 30000. Italiani, et 40000 Germani, di modo, che li 20000. Vngari, nõ possono eßere $\frac{1}{3}$ di 70000. perche vi sono 10000. di più. Poniamo di nuouo l'Italiani eßere 24000. è questo numero perche deue essere $\frac{1}{2}$ delli Germani, & Vngari, sarãno trà tutti 48000. & essendo li Germani 40000. saranno li Vngari 8000. quali deuono essere $\frac{1}{3}$ dell'Italiani, & Germani, & detti, conforme habbiamo detto sono 64000. et 80 0. nõ possono essere $\frac{1}{3}$ di 64000. mà si bene di 24000 habbiamo dunque ecceduto in 40000. di più, operando poi conforme la regola, si ritrouerà, che l'Italiani sono 32000. et li Vngari 24000. è tutto l'esercito sarà 96000 poiche li 32000. sono $\frac{1}{2}$ delli Germani, che sono 40000. & delli Vngari, che sono 24000. & detti 24000. sono $\frac{1}{3}$ dell'Italiani, & Germani, conforme si è dimandato.

Sono tre Giocatori, il primo hà vinto al 2. $\frac{1}{2}$ delli denari haueua, il 2. al 3. hà vinto $\frac{1}{3}$ delli suoi denari, & il 3. hà vinto al primo $\frac{1}{4}$ delli suoi denari, finito il gioco, se ritrouano tutti 3. con scuti 700. per ciascheduno; se dimanda, quanti scuti portassero detti Giocatori nei gioco, poniamo, che il primo habbi portato scuti 100. da quali leuati $\frac{1}{4}$ cioè 25. gli re-

stano 75. & perche detto resto deue esser di 700. aggiũgendoci la metà $\frac{1}{2}$ delli denari del 2. bisogna, che detto 2. habbi portato iu gioco scuti 1250. la metà de quali, cioè 625. con detti 75. fanno 700 è perche similmente il residuo del 2. con $\frac{1}{3}$ di denari del 3. giocatore hanno da fare altri scuti 700. bisogna dũque, che detto 3. habbi portato in gioco scuti 225. uno terzo de quali sono 75. quali uniti con li 625. del 2. fanno 700. & a detto 3 restariano 150. è perche questo residuo con $\frac{1}{4}$ delli denari del primo giocatore, deue fare similmente 700. si vede, che non può fare più, che 175. di modo, che si è errato in 525. meno.

Poniamo di nuouo, che detto primo habbi portato 200 da quali leuatone $\frac{1}{4}$ cioè 50. restano 150. quale residuo con $\frac{1}{2}$ delli denari del 2. hà da fare 700. dunque bisogna portasse il 2. scuti 1100. la metà de quali, cioè 550. con detto residuo di 150. fanno 700. è perche l'altra metà di detto secondo cioè 550. hà da fare ancora 700. con uno terzo delli denari del 3. giocatore, bisogna, che detto 3. habbi portato in gioco scuti 450. $\frac{1}{3}$ de quali sono 150 quali uniti con li 550. fanno 700. & restano a detto 3. scuti 300. quali uniti con $\frac{1}{4}$ delli denari del primo giocatore, bisognaria facessero 700. mà non fanno più che 350 si è dunque errato in 350. meno, operando poi conforme la regola, ritrouerai, che il primo portò in gioco scuti 400 il 2. scuti 800. & il 3. scuti 900. conforme si è dimandato.

TRATTATO SETTIMO
Delle Progressini Aritmetiche.

Che cosa sia progressione Arirmetica, & come si facci. Cap. Vnico.

PRogressione Aritmetica è vn'ordine di più numeri, che vno auanzi l' altro in eguale proportione, v. g. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7 8. 9 10. 11. &c. & questa si chiama progressione naturale, che comincia da 1. & ogni numero auanza l' altro solamente in 1. Possono essere ancora dette proportioni di più numeri, cioè, che vno auanzi l'altro in eguali numeri, v. g. 1. 3. 5 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. &c. ouero 1. 5. 9. 13. 17. 21. 25. 29 33. 37. &c. doue nel primo esempio vno auanza l'altro in 2. & nel 2. vno auanza l'altro in 4.

Sono ancora altre progressioni de numeri pari, cioè, che cominciano da numeri pari, & poi vno numero auanza l'altro in eguali numeri, v. g. 2. 4. 6. 8. 10. 12. 14 16. 18. 20. &c. ouero 2. 5. 8 11. 14. 17. 20 23. 26 29 32. così ancora 4. 8. 12. 16. 20. 24. 28. 32. 36, 40. In fare dette progressioni, bisogna subito aduertire in quanti numeri vno hà da superare l'altro, et detti numeri, nelli quali si supera, andare aggiungendo per fare li numeri susseguenti, v. g. si hà da fare vna progressione, che cominci da 6. & vadi auanzando in 5. si aggiunge il 5. al 6 che sono 11. & si fà per 2. numero, poi giunti 5. alli 11. sono 16. per 3. numero, & così di mano in mano, che verria in questo modo, 6. 11. 16. 21. 26. 31. 36. 41. 46. 51. &c.

Così similmente si fà per sottrattione, quando dalli numeri maggiori, se volesse venire verso li numeri minori, come

come v.g. in questa progressione 8. 13. 18. 23. 28. doue ogni numero auanza l'altro in 5. & commenciando dalli 28. leuando 5. restano 23. & da 23. leuando 5. restano 18. & così di mano in mano.

Mà è da aduertire, che la proprietà di dette progressioni è, che essendo la progressione di tre partite di numeri, pigliando la prima partita con la 3. farà l'istesso numero, che farà la seconda partita de numeri multiplicati in se stessi, & essendo la progressione di 4. partite de numeri, la prima vnita con la 4. farà l'isteßo numero, che farà la 2. vnita con la 3. v.g. nel primo caso 4. 9. 14. vniti li 4. con 14. sono 18. & il 9. multiplicato in se steßo, fà anco 18. & nel 2. caso 2. 5. 8. 11. vniti li 2. con 11. fanno 13. così ancora vniti li 5. con 8 sono 13.

Da dette proprietà si caua, che essendo dette progressioni di termini spari, come 3. 5. 7. all'hora il primo termine, ouero numero vnito con l'vltimo, fara l'isteßo numero, che farà il 2. termine di numero con il penultimo, & così sarà ancora il 3. con l'antepenultimo, & di mano in mano; mà quel termine, che si ritroua in mezzo, si raddoppia, & farà similmente l'istesso numero, conforme fanno l'altri, v.g. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. vniti li 5. con li 25. fanno 30. così ancora li 7. vniti con li 23 fanno 30. & tutti l'altri fanno l'isteßo, nel mezzo restano li 15. quali radoppiati fanno similmente 30. conforme l'altri numeri. Mà quando li termini delli numeri sono pari, all'hora non ci occore questo raddoppiare, v.g. 8. 11. 14 17. 20. 23. 26. 29. 32. 35. doue vniti li 8. cō li 35. sono 43. & lo stesso numero faranno tutti l'altri numeri, cō questo ordine vniti, cioè il primo con l'vltimo 2. cō il penultimo, il 3. con l'antepenultimo, &c. da tutte queste cose presupposte si caua vna regole, et è questa.

In

In qualsiuoglia progressione Aritmetica, sapendo il numero delli termini di detta progressione, & il numero primo, & vltimo subito si può sapere tutta la quantità de numeri, che sono in dette progressioni, con aggiungere il primo numero a l'vltimo, & poi detto aggregato multiplicarlo per il numero delli termini di detta progressione, & la metà di detta multiplicatione, saranno tutti li numeri di detta progressione, v.g. in questa progressione, 3 5.7 9.11.13.15.17.19.21.23.25. vniti li 3. con li 25. sono 28. quali multiplicati per li 12. termini di detta progressione, faranno 336. la metà di detta multiplicatione, cioè 168. sono tutti li numeri di detta progressione, ouero essendo li termini di detti numeri pari, conforme è stato in detto esempio, basta multiplicare detto aggregato delli due estremi numeri, per la metà di detti termini, che darà l'istesso numero, & essendo li termini spari, basterà multiplicare la metà dell' aggregato delli numeri estremi per li termini della progressione, che ad ogni modo, daranno l'istesso numero, come si vede in questi esẽpij di termini pari, & l'altro di termini spari.

5.9.13.17.21.25.29.33.37.41.
2.5.8.11.14.17.20.23.26.29.32.

Doue nel primo esempio, aggiunti li 5. al 41. fanno 46 è perche li termini sono 10. basterà multiplicare detti 46. per 5. è faranno 230. dell'istesso modo, che si se fossero multiplicati per 10. poiche sariano 460. & pigliandone la metà sono 230. così ancora nel 2. esempio vniti li 2. con 32. sono 34. (nota, che quando li termini sono spari, l'aggregato delli due estremi sarà paro) di 34. pigliatone la metà sono 17. & questi basterà, che si multiplichino

chino per li 11. termini della progressione, & faranno 187 dell'istesso modo, che si se multiplicassero li 34. per 11. & poi detto multiplicato se pigliasse la metà, poiche sariano 374. & la metà sono 187. così ancora sarà, si essendo l'aggregato delli due estremi paro, multiplicare la metà di esso per il numero delli termini, & essendo sparo, si multiplica per la metà del numero delli termini, che in tal caso sempre saranno pari, & in tutti detti modi, si ritrouerà sempre l'istessa verità, come si può vedere da detti esẽpij.

Ma nella progressione naturale, che comincia da 1. & và auuanzando sempre in vno, facilmente ancora si possono sapere tutti li numeri di detta progressione, con multiplicare l'vltimo numero, con il numero maggiore, che appresso di detta progressione potria seguitare, come v.g. in questa progressione.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12.

Con multiplicare li 12. con li 13. che potria seguitare appresso, si cognosce quanti numeri si contengono in detta progressione; pigliando però la metà di detta multiplicatione, come in detta progressione multiplicati li 13. per 12. sono 156. la metà sono 78. & questi sono tutti li numeri di detta progressione.

Si possono ancora ritrouare detti numeri d' altro modo, cioè si l'vltimo numero della progressione è paro, si può multiplicare lo prossimo maggiore numero per la metà dell'vltimo numero, & essendo sparo, si può multiplicare l'vltimo numero per la metà del numero doueria seguitare nella progressione; come v.g. nella sopradetta progressione di 12. si potriano multiplicare 6. con 13. che seguitariano appresso, & parimente sariano 78. & si

detta progressione fosse di 11. si potriano multiplicare detti 11. per 6. cioè la metà di 12. doueria seguitare, et fariano 36. dell'istesso modo, che si se multiplicassero detti 11. con 12. & poi se pigliasse la metà; poiche multiplicati, sariano 132. & la metà sono 66. si che in tutti detti modi si può cognoscere quanti siano li numeri delle progressioni.

Et se la progressione sarà di numeri spari, che comincia da 1. si potrà ancora cognoscere la quantità di numeri di detta progressione, con multiplicare in se stesso il numero di termini di detta progressione, v.g.

1. 3. 5. 7 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21.

Doue li termini sono 11. quali multiplicati in se stessi, sono 121. & tanti sono li numeri, che sono in detta progressione, & per sapere lo numero delli termini, basta aggiungere vno a l'vltimo numero, & la metà di detto aggregato, sarà il numero di detti termini, come v.g. nel detto esempio, aggiunto vno a 21. sono 22. & la metà sono 11. & tanti sono li termini di detta progressione, come v.g. in quest'altra progressione.

1.3.5.7.9.11.13.15.17.19.21.23.25.27.29.

Aggiunto vno a 29. sono 30. la metà de quali sono 15. & tanti sono li termini di detta progressione, & detti termini multiplicati in se fanno 225. & tanti sono li numeri di detta progressione.

Così ancora se la progressione sarà, che numeri pari, & comincia da 2. si potrà ancora sapere la quantità di detti numeri con multiplicare la metà dell' vltimo numero cō

il

il numero prossimo maggiore, & detta metà di numeri dinota ancora la quantità delli termini di detta progressione, si che v.g. in questa progressione.

2.4.6.8.10.12.14.16.18.20.22.24.26.

La metà di 26. sono 13. & tanti sono detti termini pigliati; multiplicati poi detti 13. con 28. che doueria seguitare doppò li 26. fanno 364. è tanti sono li numeri di detta progressione.

La seconda regola, che si caua dalle cose dette è, che in qualsiuoglia progressione Aritmetica; se si saperà il numero delli termini, con il primo termine, & la differentia, con la quale camina detta progressione si potrà sapere l'vltimo termine, di che numero sia, senza, che si vedano l'altri termini intermedij, in questo modo, si leua vno termine, cioè il primo da detta progressione, poi si multiplica il numero dell' altri termini per la differentia con la quale si camina in detta progressione alla quale multiplicatione aggiunto poi li numeri del primo termine leuato, darà il numero dell' vltimo termine detta progressione, come v.g. in questo esempio.

3 8 13.18.23.28.33.38.43.48.

Doue sono 10. termini, & si camina con 5. di differentia, leuato il primo termine 3. restano 9. termini, quali multiplicati per 5. che è la differentia, fanno 45. & aggiuntoui poi il primo termine, cioè 3. sono 48. di modo, che non sapendosi li termini, si sà, che detti 48. in tale progressione tenesse il decimo luoco.

Si vno dunque proponesse questo dubbio. Hercole dimandò ad Augia, quanti boui haueua; rispose, li miei bo-

ui stanno in 40 luochi in modo tale, che quante volte nel primo luoco sono 3. boui, tante volte nel 2. ci ne sono 5. & nel 3. 7. & nel 4. 9 & così di mano in mano; andò Hercolo al primo luoco, & ritrouò 30. boui si dimanda; quanti boui hauesse Augia, & quanti ne stassero nell' vltimo luoco, poiche essendone 30. nel primo luoco, nel 2. sarebbono 50. & nel 3. 70. & così di mano in mano; si che la differentia è di 20. si fa dunque in questo modo; di 40. termini, se ne leua vno, & restano 39. & detti multiplicati per 20. che sono la differentia, fanno 780. a quali aggiunto il primo termine di 30. fanno 810. & tanti boui saranno nel luoco 40. per sapere poi quanti siano, si aggiengono li 30. alli 810. che fanno 840. & detti multiplicati per 20. metà di detti termini sono 16800. & tanti sono tutti detti boui, conforme si vede anco in tutta detta progressione fatta distintamente.

30. 50. 70. 90. 110. 130. 150. 170. 190. 210
230. 250. 270 290. 310. 330. 350. 370. 390.
410. 430. 450. 470. 490. 510. 530. 550 570.
590. 610. 630. 650. 670. 690. 710. 730. 750
770. 790. 810.

Così ancora è morto vn Prẽcipe, & ha lasciato, che à 20. della sua famiglia si diano al più infimo scuti 100. al'altro 2. scuti 140. al 3. scuti 180. & così di mano in mano sino alli 20. con 40. di differentia per ciascheduno; se dimanda quanti scuti toccheranno al vigesimo, & quãti denari ci vogliono per tutti 20. si leua il primo termine di 100. & restano termini 19. poi multiplicati detti 19. per 40. di differentia, sono 760. a quali aggiunti il primo termine di 100. sono 860. tanti scuti toccheranno

al

al vigesimo, & per sapere quanti scuti ci vogliono, si aggiungono li 100. *a detti* 860. *che fanno* 960. *quali multiplicati per* 10. *metà delli termini, sono* 9600. *& tanti sono li scuti ci vogliono per detti* 20. *huomini, conforme si vede similmente detta progressione per estensum.*

100. 140. 180. 220. 260. 300. 340. 380. 420
460. 500. 540. 580. 620. 660. 700. 740. 780
820. 860.

TRATTATO OTTAVO
Delle Progressioni Geometriche.

Che cosa sia Progressione Geometrica, & come si facci. Cap. Vnico.

PRogressione Geometrica è vno ordine di più numeri, che auanzano se stessi con eguale proportione, v.g. 1.2.4.8.16.36.72.144.288. *&c. quale progressione camina per duplicata proportione, cioè, che ogni numero è duplicato del suo antecedẽte. Vi sono poi altre progressioni, che caminano per proportione treplicato, o quadruplicata, ò più ancora, con cominciare da qualsiuoglia numero, come si vede in queste progressioni,* 1.3.9.27.81.243.729.2187 *&c. ouero* 3.6.12.24.48.96.192.384.768.1536. *&c. così ancora* 4.16.64 256.1024.4096.16384.65536. *&c. di modo, che con multiplicare sempre l'vltimo numero con il numero delle proportioni, si poßono estendere dette progressioni, come nell'vltimo esempio, se si hauesse da caminare più auãti, basteria multiplicare l'vltimi numeri per* 4. *& così andare facendo di mano in mano, & il simile se si haueße a caminare al riuerso verso li numeri infimi, cioè si veneria sempre diuidendo per detto numero* 4. *come in detto esempio, si deuideriano li* 65536. *per* 4. *& il cotiente sarà il penultimo, cioè* 16384. *Aduertendo, che conforme in dette progressioni, si può caminare verso li numeri maggiori in infinito; così ancora caminandosi verso li numeri infimi, si può caminare in infinito, come si vede in questa progressione verso li numeri minori.*

1024.512.256.128.64 32.16.8.4.2.1. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{32}$.

La proprietà poi di detta progressione Geometrica è, che pigliando tre numeri, ouero tre termini di numeri di essa, & multiplicando il primo con il 3. darà l'istesso numero, che dara il 2. multiplicato in se stesso, come v.g. pigliando questi tre termini di numeri 12. 24. 48. multiplicati li 12. con 48. fanno 576. così ancora fa multiplicati li 24 in se stessi. Et si se pigliano 4. termini di detta progressione con multiplicare, il primo con il 4. darà l'istesso numero, che multiplicando il 2. con il 3. v.g. 12.24.48 96. multiplicati li 12. con 96. fanno 1152. così ancora fa il multiplicare li 24 con li 48. il che similmente adauiene in qualsiuoglia 4. numeri, benche non proportionali, ma basta, che quella proportione è fra il primo, & 2. sia fra il 3. & 4. v.g. 4 8. 15. 30. doue multiplicato il 4. con 30. fanno 120. & così ancora farà il multiplicare 8. con 15.

Da detta proprietà si caua, che in qualsiuoglia progressione geometrica, essendo li termini spari, con multiplicare il primo numero, con l'vltimo, darà l'istesso numero, che multiplicandosi il 2. numero con lo penultimo, & il 3. cō l'antepenultimo, et così di mano in mano, & quello di mezzo con multiplicarsi in se stesso, darà similmente l'istesso numero; ma essendo la progressione di numeri pari, non ci occorre detto mezzo, & però con multiplicare detti numeri, conforme si è detto, daranno sempre eguale numero.

v.g. 5. 10. 20. 40. 80. 160. 320. 640.

ouero 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. 1024.

Multiplicati li 5. con li 640. sono 3200. così ancora sarà con multiplicare li 10. con 320. & tutti l'altri, similmente ancora, multiplicati li 4. cō 1024. sono 4096 & così faranno tutti l'altri, & li 64. di mezzo multiplicati in se stessi, fanno similmente 4096.

Sogliono ancora vsare li Geometri vn' altra progressione per proportione sequialtera, cioè, che vno numero auanzi il suo antecedente in $\frac{1}{2}$ v.g. 4 6. 9 13$\frac{1}{2}$ 20$\frac{1}{4}$ 30$\frac{3}{8}$ 45$\frac{9}{16}$ &c. quale cose tutte presupposte si caua la prima regola, & è questa.

In qualsiuoglia progressione Geometrica, essendo noto il primo, & vltimo numero, & la differentia con la quale si camina in detta progressione; si può sapere tutti li numeri si contengono in detta progressione, in questo modo, si sottraeno li numeri del primo termine dalli numeri del l'vltimo termine, & il numero rimanente si diuide per la differentia, ma in vno numero meno, & al numero del cotiente, si aggiunge l'vltimo termine, che farà la summa di tutti li numeri della progressione, v.g.

5. 15. 45. 135. 405. 1215. 3645. 10935.

Sottrati li 5. dalli 10935. sono 10930. & perche in detta progressione, si camina per triplicata proportione, si hanno da diuidere detti 10930. a due, & daranno al cotiente 5465. al quale numero aggiunto li 10935. dell'vltimo termine, sono 27400. quali sono tutti li numeri di detta progressione, così ancora in quest'altra.

4. 6. 9. 13$\frac{1}{2}$ 20$\frac{1}{4}$ 30$\frac{3}{8}$ 45$\frac{9}{16}$.

In detta progressione sesquitertia sottratti li 4. da

45$\frac{9}{16}$

45 $\frac{9}{16}$ restano 41 $\frac{9}{16}$ & perche in detta progressione la sua differentia è 1 $\frac{1}{2}$ leuato 1. resta $\frac{1}{2}$ per il quale diuiso li 41 $\frac{9}{16}$ darà al cotiente 83 $\frac{1}{8}$ a quali aggiunto l'vltimo numero 45 $\frac{9}{16}$ summano 128 $\frac{11}{16}$ & detti sono li numeri di detta progressione, & così si fa in tutte l'altre.

Ma quando la progressione camina per duplicata proportione, & comincia da vno, all'hora basta duplicare l'vltimo termine, & di detto duplicato leuandone vno resta la summa di tutti li numeri della progressione, v.g. in detta progressione.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. 1024.

Duplicati li 1024. sono 2048. da quali leuato 1. restano 2047. & questi sono li numeri di detta progressione; dal che similmente si caua, che leuando da qualsiuoglia termine di progressione vno, il rimanente è la summa di tutti li termini antecedente in detta progressione, conforme si può scorgere in detto esempio.

La seconda regola, che similmente si può cauare è, che in ogni progressione geometrica, che comincia da vno, multiplicando, qualsiuoglia numero di detta progressione in se stesso farà vno numero, con tanto interuallo, quanto è quello, che lui tiene del primo numero, & così ancora multiplicandosi qualche numero di detta progressione per l'altro numero minore di detta progressione, farà vno numero con tanto interuallo, quanto tiene detto numero minore del primo numero, v.g. in questa progressione duplicata.

1.2.4.8.16.32.64.128.256.512.1024.2048.

Mul-

Multiplicandosi, v.g. li 32. in se stessi, quali stando nel 6. luoco, farà di numero 1024. sesto similmente luoco da detto numero 32. & così detto numero 1024. viene ad occupare l'vndecimo luoco, & multiplicandosi, v.g. li 128. per li 8. fariano 1024. 4. loco da detti 128 perche li 8. tengono il 4 loco commciando da vno, & così sariano tutti l'altri.

Di modo, che in tutte le progressioni geometriche, che cominciano da vno, ogni numero multiplicato in se stesso, farà num. cõ duplicato interuallo, meno vno loco, dal primo, & multiplicandosi per altro numero minore di detta progressione, sarà di tanto interuallo, quanto è detto numero minore dal primo numero, come si può vedere anco in quell'altra progressione triplicata.

1.3.9.27.81.243.729.2187.6561.9683.

Multiplicati li 81. del quinto luoco in se stesso, farà 6561. per il nono loco, vno meno del duplicato, che saria il decimo loco, & multiplicati li 729. per 9. fanno 9561 terzo loco distante da detti 729. conforme il 9. tiene il 3. loco da vno.

Et perciò sapere più facilmente, si possono fare dette progressioni, & poi di sotto a ciascheduno termine di numeri, porre li numeri naturali, mà nel primo termine porre vno zero, & poi ogni numero multiplicato in se stesso, si potrà porre al duplicato loco il numero, che stà di sotto a detto numero multiplicato, v.g. in questa progressione quadrupla.

1.	4.	16.	64.	256.	1024.	4096.	16 84.	65536
0	1	2	3	4	5	0	7	8

Mul-

Multiplicati li 64. in se stessi, faranno 4096. da porsi nel duplicato loco del numero, che stà sotto a detti 64. che sarà il 6. perche sotto al 64. vi stà il 3. & il suo duplicato è 6. & così faranno tutti l'altri numeri, da doue si caua, che ciascheduno può cognoscere il numero di qualsiuoglia loco delle progressioni, benche non si scriuano li numeri intermedij, v.g. se desidera sapere il vigesimoquinto loco di vna progressione dupla, che comincia da vno, conforme quiui si vede.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64.
0. 1. 2. 3. 4. 5. 6.

Multiplicati, v.g. li 8. in se stessi fanno 64. per il settimo loco in ordine, & multiplicati li 64. in se stessi, fanno 4096. per il terzodecimo loco, & multiplicati in se detti 4096. fāno 16777216. per il 25. loco, di modo, che cōforme sotto li 8. stà il 3. così sotto li 64. stà il 6. & sotto alli 4096. deue stare il 12. & sotto alli 16777216 deue stare 24. che saria in loco 25. in ordine al primo, & se si cercasse il numero del loco 28. basteria multiplicare detto numero del loco 25. per li 8. loco 4. perche il loco 28. è il 4. delli 25. & così sariano 134217728. per detto loco 28.

Quando poi dette progressioni non cominciano da vno, mà da più numeri, all'hora si fa dell'istesso modo, ma si diuide il numero doppò, che è multiplicato al primo numero delle progressioni, & il cotiente è il numero da porre nel loco duplicato, conforme al numero gli stà, ò doueria stare di sotto a detto numero multiplicato, v.g. in questa progressione.

3. 6.

3.6.12.24.48.96.192.384.768.1536.
0.1.2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.

Multiplicati li 48. in ſe, fanno 2304. quali diuiſi al 3 primo numero, darà al cotiente 768 quali ſi deuono porre all'ottauo loco duplicato del 4 che ſtà ſotto alli 48. multiplicati, di modo, che in qualſiuoglia modo comminciano dette progreſſioni, ſi può cognoſcere, il numero di qualſiuoglia loco, benche non ſiano tutti diſteſi li luochi intetmedij.

Si che habbiamò detto nella prima regola, che in ogni progreſſione geometrica, che commincia da vno, con leuare vnò da qualſiuoglia termine di numeri, reſtarà là sũma di tutti li numeri antecedenti, & nella 2. regola, che in tal caſo, cioè in tali progreſſioni, che commnciano da vno, multiplicando ſe ſteſſo qualſinoglia numerò di detti termini, farà numero per il duplicato loco, meno vnò, che non è detto numero multiplicato, dal che viene, che ſi a qualſiuoglia ſummà di più termini inſieme vniti, vi ſi aggiungerà vno, & poi detto numero ſe multiplicarà in ſe ſteßo, farà numero per il duplicato loco, con mancare però prima vno numero da detto numero multiplicato, come v.g. in queſta progreſſione.

1.2.4.8.16.32.

Con leuare vno da 32. reſtano 31. che ſono la ſumma di tutti li termini antecedenti; a detta ſumma, ſe di nouo ſi aggiunge vno, ſono 32. quali multiplicati in ſe ſteſſi, fanno 1024. che ſaria l' vndecimo loco di detta progreſſione, & con leuarne vno, ſarà la ſumma delli dieci termi-

mini antecedenti; si che se vno volesse sapere breuemente, quanti numeri sariano in vna progressione di 64. termini, quante sono le case delli scacchi, & con porre, v.g. vno vago di grano nella prima casa, due nella 2. 4. nella 3. & così di mano in mano per proportione dupla sino alli 64. si faria in questo modo, per sapere quanti vaghi di grano ci vorriano per empire detti 64. lochi di scacchi.

1. 2. 4. 8. 16. 32 64. 128.

Per sapere la summa di detti 8. termini, se radoppia il numero di 128. che sariano 256. & poi se ne manca vno, & restariano 255. per la summa di tutti detti 8. termini; a quali poi di nuouo aggiunto vno sono 256. & multiplicati in se stessi, fanno 65536 da quali leuato vno, restarà la summa di 16. luochi; poi aggiunto di nuouo, detto vno, & multiplicati detti 65536. in se stessi, fanno 4294967296. da quali leuandone vno, restarà la summa di 32 luochi; poi messoui di nuouo detto vno, & multiplicati detti 4294967296. in se stessi, fanno 18446744073709551616. del quale numero leuato vno, restarà la summa di 64. luochi, & tanti sariano li vaghi di grano vorrebbono in detti luochi di scacchi, quale summa non solo non si potria ritrouare in più Regni, ma ne anco in tutto il Mondo, bencbe a molti parerà impossibile; nondimeno questo si può chiarire in questo modo.

Conforme l'esperientia de' Medici, & Spetiali, 60. vaghi di grano fanno vna dramma, cioè $\frac{1}{8}$ di vn'oncia, & per consequenza, in vn'oncia, ci vorranno vaghi 480 di grano, & per vna libra 5760. & perche vno rubio alla misura Romana, che sono 5. tomo la Napolitane,

ouero

ouero vna ſalma, ordinariamente ſi fanno 600. libre; però ci vorrebbono in vno rubio vaghi di grano 3456000. ſpartiti poi tutti li vaghi di grano, che ſono nelli 64. luochi di ſcacchi, a detti 3456000. daranno rubij 5337599833365. & poco più, & alla miſura Napolitana (ſuppoſto, che ogni rubio ſia 5. tomola) ſariano tomola 26687999168825. quali difficilmente ſi ritroueranno in tutto il Mondo.

Et eſſendo, che vna Naue, ſi carica con 3000. rubij di grano; hauendoſi da caricare detto grano, ci vorriano Naue 1779199852 ſi che ciaſcheduno può conſiderare, che per caricare tante Naui, non ſaria nel Mondo tanto grano.

E ſi nel Mondo non ſi ritroueriano tanti vaghi di grano, cioè 18446744073709551615. con molta più ragione biſogna dire ancora, che nel Mondo non ſe ritroueriano tanti quattrini, benche tutti li denari del Mondo, ſe riſolueſſero in quattrini.

E che ſia il vero. Vno ſcuto Romano ſono dieci giulij, cioè quattrini 500. & dieci ſcuti di argento ſono vna libra; poi ſi ſe diuideſſero li nnmeri già detti delli 64. luochi de ſcacchi, per 500. dariano ſcuti 36893488147419103 $\frac{115}{500}$ quali peſariano libre d'argento 3074457345618258 $\frac{1}{12}$ & perche vna naue habbiamo preſuppoſto, che ſe carichi con rubij 3000. di grano, che ſono di peſo li 1800000. però caricando per ciaſcheduna naue libre 1800000. d'argento; vi vorriano naue 1708031858 $\frac{1218258}{1800000}$ doue ciaſcheduno ſi può imaginare, come mai ſi potriano ritrouare tanti ſcuti d'argento per caricare dette naui.

Poniamo dunque, che vno Re habbia da vendere 40. Città con prezzo di vno quattrino della prima; due quattrini

trini della 2. 4. quattrini per la 3. & così di mano in mano caminando per dupla portione in ciascheduna Città, con patto ancora, che detto compratore tenghi detti denari a censo, & dia 5. per 100. Se dimanda quanto saria il prezzo di dette 40. Città, & quanto saria la rendita, che daria detto prezzo in ciascheduno anno? poniamo cinque termini, cioè 1. 2. 4. 8. 16. che sono in tutto 31. poi aggiunto 1. sono 32. quali multiplicati in se stessi, faranno 1024. de quali 1023. saranno la summa di dieci termini, poi aggiuntovi uno fanno 1024. quali multiplicati in se stessi, faranno 1048576. da quali levato uno resterà per summa di 20. termini 1048575. poi di nuovo aggiuntovi detto uno fanno 1048576. quali multiplicati in se stessi, faranno 1099511627776. da quali con mancare uno, restarà la summa di quaranta termini, che sariano quattrini 1099511627775. & tanto saria il prezzo di dette 40. Città; quali quattrini fanno scuti 2199023255 $\frac{275}{500}$ alla raggione di 500. quattrini per scuto, conforme la moneta Romana. Renderiano dipoi detti scuti in ciaschedun' anno alla raggione di 5. per cento, scuti 2199023 $\frac{55}{100}$ cioè baiocchi 55. quale entrata non hà qualsivoglia Monarca del Mondo.

Si che era ancora molto bona quella vendita, di quel cavallo, che haveva 24. chiodi nelli piedi, & il padrone ne dimandava uno quattrino del primo chiodo, due di 2. 4. del 3. & così di mano in mano per dupla proportione; costerà detto cavallo quattrini 16777215. che sono scuti, 33554 $\frac{215}{500}$ che saria uno prezzo molto commodo per uno cavallo.

TRA-

TRATTATO NONO Della Radice Quadra.

Che cosa sia Radice quadra, & come si caui dalli numeri. Cap. Vnico.

Radice quadra, ouero Numero quadrato non vuole dire altro, se non che vno numero, il quale si fà dalla multiplicatione di vno numero in se stesso, come v.g. li 81. si fanno dalli 9 multiplicati in se, & li 64. si fanno dalli 8. li 49. dalli 7 così ancora li 4. dal 2. & l'vno ancora viene chiamato dalli Aritmetici numero quadrato, perche multiplicato in se stesso fa sempre vno; Li numeri poi, che in se multiplicati fanno detto numero quadrato, se chiama radice di detto numero, di modo, che estrattione di radice quadra, vuol dire, ritrouare quel numero, che multiplicato in se stesso, facci il numero proposto, si sarà quadrato, come v.g. dal numero 100. si cauerà la sua radice 10 perche in se multiplicati fanno 100 così ancora da 36. si cauerà 6. & da 256. si cauerà 16. & se il numero proposto non sarà quadrato, la radice sarà del numero più prossimo quadrato a detto numero proposto, come v.g. da 3375. si caua la sua radice 59. quale numero in se multiplicato fà 3364. più prossimo numero quadrato, di detto numero 3375. come poi si caui detta radice, si fà in questo modo.

Essendo proposto il numero, del quale si hà da ritrouare la sua radice primieramente si segna di punti con cominciare dalla prima figura di mano destra, & poi la 3. & la 5. la 7. &c. sempre per numero sparo, sino al fine di

di modo, che da vno punto all'altro vi sia solamente vna figura, come v.g. in questo numero 125 47465. si che ogni punto viene ad hauere due figure, cioè quella sopra al punto, & la sequente, & quanti punti saranno nel numero; tante figure hauerà la sua radice.

Dipoi si comincia dal primo punto da mano sinistra, & si piglia la radice di quell'vna, ò due figure, che sono sopra detto punto, & si pone sotto à detto punto, auertendo, che detta radice non può essere più che 9. & si scriue ancò detta radice dietro vna linea, conforme si fà al cotiente, & si multiplica similmente al modo di detto cotiente con l' istessa figura di sotto al punto, & il multiplicato si sottrae dal numero soprapposto, conforme si fà nella diuisione, notando, che il numero, che resta non può essere più che duplicato della radice messa sotto al punto.

Il che fatto, si raddoppia detta radice, & si pone sotto alla figura antecedente del sequente punto, & essendo più figure, si pongono appresso verso mano sinistra, non toccando il punto sequente, perche iui si hà da porre la figura nuoua del cotiente, poi si vede quante volte cape detto numero duplicato nel numero, che gli stà di sopra, & si pone detto cotiente tanto al suo luoco, come sotto del 2. punto, & si multiplica detta figura per tutte le figure vengono ad essere sotto li punti, & detto multiplicato si sottrae come di sopra, auuertendo prima si scriua la figura al cotiente, vedere, se multiplicando detta figura con detto numero duplicato facci numero tale da potersi sottraere dal numero soprapposto, perche altrimente si saria errato, ouero si faria zero al cotiente, & di nuouo si raddoppia la radice messa al cotiente, & se scriue detto duplicato conforme si è detto di sopra, senza toccare il terzo pũ

to, conforme il tutto si chiarirà meglio con esempij.

Ritrouiamo la radice quadra di questo numero 11664 *fatti li punti conforme si vede, si piglia la radice dell'vno, quale radice è similmente vno; si pone detto vno tanto sotto al numero vno, quanto al luoco del cotiente; poi multiplicato l'vno del cotiéte; cõ l'vno sotto la linea, farà pure vno, quale sottratto da vno di sopra, resta zero, poi duplicata detta figura del cotiente* 1. *fà* 2. *qual e messo sotto al* 2. 1. *si vede, che non cape detto* 2. *in vno, però si fà zero al cotiente, & zero sotto al* 6. *puntato, poi si raddoppia tutto il cotiéte* 10. *che farà* 20. *quali messi, cioè zero sotto al* 2. 6. *e il* 2. *sotto al zero primo, sopra quali* 20. *vẽgono a stare* 166. *nel quale numero li* 20. *capeno* 8. *volte; si fa* 8. *al cotiente, & otto sotto al* 4. *puntato, poi multiplicato dett'otto per tutto il diuisore* 208. *summano* 1664. *ne ci resta minutia alcuna, però la radice di detto numero sarà* 108. *conforme si vede in detto esempio.*

0
11664 | 108
12008
2

Ritrouiamo di nuouo la radice di questo numero 531533025. *si piglia la radice quadra del* 5. *è perche il* 5. *non è numero quadrato si piglia la radice del numero quadrato più vicino a detto* 5. *che è* 2. *perche multiplicato in se fà* 4. *detto* 2. *si pone tanto sotto al* 5. *quanto al cotiente, & multiplicati insieme fanno* 4. *quali sottratti dal* 5. *resta vno, si cassa il* 5. *& il* 2. *di sotto poi si raddoppia la figura del cotiente* 2. *che fà* 4. *quali si pongono sotto al* 3. *et si vede, che detto* 4. *cape nel numero di sopra, che sono* 13 3. *volte, quali si pongono tanto al cotiente, quanto sotto*

1 2
531533025 | 230
2436
40

l'vno

l'vno puntato; multiplicando poi detto 3. per tutto il diuiſore 43. fanno 129. quali ſottratti da 131. di ſopra reſtano 2. poi duplicato il cotiente 23. ſono 46. quali ſi pongono, cioè il 6. ſotto al 5. & il 4. ſotto al 3. caſſato, mà perche ſopra ſono 25. quali non contengono 46. però ſi fà zero al cotiente, & ſotto al 6. di modo, che ſopra reſtano 2533. duplicato poi il cotiente 230. fanno 460. qual ſi pongono, cioè il zero ſotto l'vltimo 3. li 6. ſotto al zero, & il 4. ſotto l'altro 4. caſſato, quali numeri 460. ben capeno al numero 2533. che ſtà di ſopra, & ci capeno 5. volte, & fanno 2300 ſi pone dunque 5. al cotiente, & 5. ſotto al zero puntato, & multiplicati detti 5. per tutto il diuiſore 4605. fanno 23025. quali

1 02305
531533025 | 23055
460505
461

ſottratti dal numero di ſopra 25330. reſtano 2305. duplicati poi le figure del cotiente, fanno 4610. quali ſi pōgono, cioè il zero ſotto al 2. & l'altre di mano in mano appreſſo, poi ſi vede quante volte cape detto numero di ſopra, che ſono 23052. & ſi vede, che cape 5. volte, perche fanno 23050. ſi pongono dunque 5. al cotiente, & 5. ſotto al 5. puntato, poi multiplicato detto 5. per tutto il diuiſore, ſummano 230525. conforme al numero, che ſtà ſopra, dunque la radice di queſto numero 531533025 ſarà 23055. come ſi vede in detto eſempio.

Quādo poi il numero non è quadrato all'hora ſi eſtrae la radice del ſummo quadrato, cioè di quel num. più vicino à detto numero non quadrato, come v.g. hauēdoſi a ritrouare la radice di 90. ſi ritrouaria il 9. quale è radice di 81. perche detti 90. non ſono numero quadrato, eſſendo, che non ci è numero, quale multiplicato in ſe ſteſſo poſ-

ſi

si fare 90. così anco se si hauesse da cauare detta radice da 55. si cauaria il 7. radice del 49. più prossima a detto 55. numero non quadrato.

Le regole poi per vedere quando l' operatione è fatta bona, sono 3. cõforme si è detto della diuisione de' numeri intieri, cioè quella del 9. del 7. & il multiplicare in se stessa detta radice ritrouata messa nel cotiente; perche bisogna dij l' istesso numero da doue si è cauata, la regola poi del 9. & 7. si leuano li 9. ò 7. dalla radice ritrouata, & il rimanente si pone tanto a mano destra, come à mano sinistra della croce, poi si multiplicano dette figure frà se, & leuando li 9. ò 7. si pone il rimanente sopra la croce, & poi si leuano detti 9. ò 7. dal numero proposto, che darà simile figura à quella di sopra la croce, v.g. nel primo esempio verria in questo modo leuando li 9. da 108 resta zero da porsi da tutte due le parti della croce, & perche multiplicati detti zeri in se, fanno similmente zero, però si pone zero sopra la croce, così ancora restarà zero leuando li 9. da 11664. numero proposto.

0)(0, sopra 0, sotto 0

E nel secondo esempio verria in questo modo poiche leuando li 9. da 23055. restano 6. da porsi in tutte due le parti della croce, & multiplicati detti 6. frà se, fanno 36. da quali leuando li noue resta zero da porre sopra la croce, & poi leuando li 9. dal numero proposto 531533025. resta similmente zero, da porre sotto la croce, di modo, che stanno ben fatte dette operationi.

6)(6, sopra 0, sotto 0

E ancora da aduertire, che il numero più, che rimane nella estrattione di qualsiuoglia radice da qualsiuoglia nu-

numero, non può eßere più, che il doppio, dalla radice ritrouata; di modo, che si sarà vno numero più di detto duplicato numero, sarà segno, che detta radice bisogna sia vn numero più di quello si è ritrouato, perche ogni numero quadrato auanza il suo prossimo minore quadrato in duplicato numero, & vno di più, che non è la radice di di detto numero minore quadrato, v.g. 81. numero quadrato, auanza il suo minore prossimo quadrato 64. in 17. quali sono duplicato numero, & vno di più dell a radice di detti 64. che è 8. è, che sia vero, aggiungendo detti 17. alli 64. fanno 81. & così la sua radice saria 9. si che mai può essere il numero rimanente più del duplicato della radice ritrouata; quale ancora sarà buona regola, per sapere si l' operatione sia ben fatta, il che basti per questo luoco, & per fine di quest'opera.

IL FINE.

Er-

Errori	Correttione	Pagina	Verso
v.g.7. per $4\frac{2}{5}$	*v.g.7.per* $4\frac{2}{3}$	56	4 *del fine*
$\frac{1}{5}\frac{4}{5}$	$\frac{1}{3}\frac{4}{6}$	50	8
$\frac{1}{5}\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}\frac{1}{5}$	50	9
esato	*vsato*	50	2
cape in detto numeratore.	*cape di detto denominatore.*	53	5
$7\frac{2}{2}$	$7\frac{2}{5}$	54	17
$\frac{24}{10}$	$\frac{24}{30}$	55	2
è $3\frac{40}{3}$	*è* $\frac{40}{3}$	58	8
v.g. $\frac{12}{24}$	*v.g.* $\frac{12}{26}$	61	5
che dette $\frac{7}{3}$	*che dette* $\frac{2}{3}$	62	3
$\frac{3}{146}$	$\frac{3}{140}$	64	2
$10\frac{7}{07}$	$10\frac{2}{70}$	66	3
è $20\frac{1}{8}$	*&* $26\frac{1}{8}$	63	11
con il 4. & cō il 2. con il 3.	*con il 4. & il 2 con il 3.*	74	2 *del fine*
baiocchi $19\frac{21}{310}$	*baiocchi* $19\frac{21}{130}$	87	10
& il secondo $\frac{2}{2}$	*& il secondo* $\frac{2}{5}$	105	1
ricercare	*riceuere*	105	10